

Mess- und Regelungstechnik

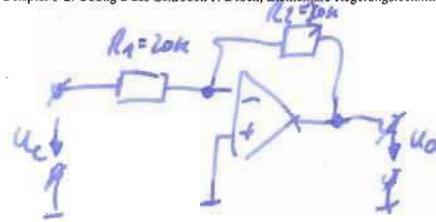
Studieneinheit 2

Rechenübungen zum Thema Übertragungsglieder

Dr. Wilfried Kubinger

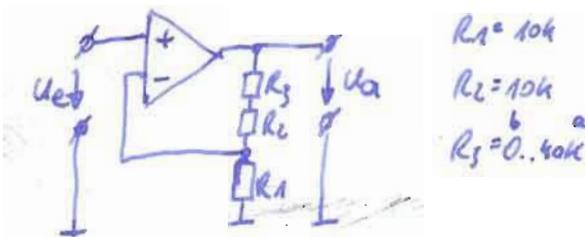
SS 2009

25.2.2009, WK



$$\frac{U_a}{U_e} = - \frac{R_2}{R_1} = -2$$

Name: WK	Personenkennzahl: --	Datum: 25.2
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: ✓
$U_a = -2 \cdot U_e$		



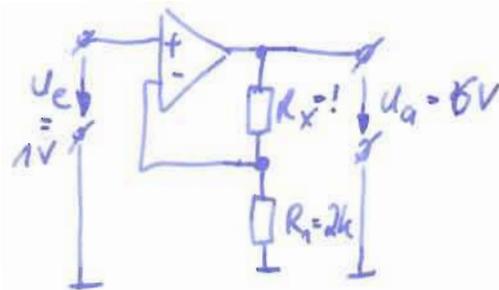
$R_1 = 10k$
 $R_2 = 10k$
 $R_3 = 0,40k$

Umkehrtes Spannungsteiler

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2 + R_3 + R_1}{R_1}$$

a) $R_3 = 40k$ $\frac{U_a}{U_e} = \frac{60k}{10k} = 6$

b) $R_3 = 0k$ $\frac{U_a}{U_e} = \frac{20k}{10k} = 2$



$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_1 + R_x}{R_1} \rightarrow \frac{U_a}{U_e} \cdot R_1 = R_1 + R_x$$

$$R_x = R_1 \cdot \left(\frac{U_a}{U_e} - 1 \right) = R_1 \cdot (6 - 1) = 5 \cdot R_1 = 10k$$

Name: WK	Personenkennzahl: --	Datum: 25.2.
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: ✓
$U_{max} = 2 \cdot U_e$	$U_{max} = 6 \cdot U_e$	

Name: WK	Personenkennzahl: --	Datum: 25.2
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: ✓
$R_x = 10k$		

rule Subtrakt

$$\begin{aligned} \underline{z} &= \underline{z}_1 \cdot \underline{z}_2 + \underline{z}_3 = (1-j2)(-2+j3) + (-3-j8) = \\ &= (-2 + j4 + j3 + 6) - (3+j8) = \\ &= (\overset{4}{-2} + j7) - (3+j8) = \overset{1}{-1} - j1 \end{aligned}$$

Name: <u>WV</u>	Personenkennzahl: <u>- -</u>	Datum: <u>02</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter <u>✓</u>		Zusatzblätter: <u>1</u>

Name: <u>WV</u>	Personenkennzahl: <u>- -</u>	Datum: <u>02</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
Z=Z1+Z2+Z3= <u>1 - 1 - j1</u>	Re(Z)= <u>0</u>	Im(Z)= <u>-j1</u>

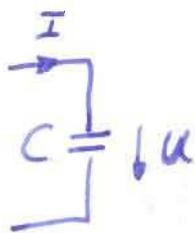
$$\underline{z} = \underline{z}_1 - \underline{z}_2 = -3 + j5 - j7 = -3 - j2$$

$$\begin{aligned} \underline{z} &= \frac{5}{3-j4} = \frac{5 \cdot (3+j4)}{(3-j4)(3+j4)} \\ &= \frac{15 + j20}{9 + 16} = \\ &= \frac{15}{25} + j \frac{20}{25} = \frac{3}{5} + j \frac{4}{5} \\ |\underline{z}| &= \sqrt{\frac{15^2 + 20^2}{25}} = \frac{6.25}{25} = \frac{25}{25} = 1 \\ \varphi &= \arg(\underline{z}) = \arctan\left(\frac{20}{15}\right) = 53.13^\circ \end{aligned}$$

Name:	Personenkennzahl:	Datum:
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter:
Z=Z1+Z2= <u>-3-j2</u>	Re(Z)= <u>-3</u>	Im(Z)= <u>-j2</u>

Name: <u>WV</u>	Personenkennzahl: <u>- -</u>	Datum: <u>26.1.</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>✓</u>
z = <u>1</u>	arg(Z)= <u>53,13</u>	

uprd 1-4



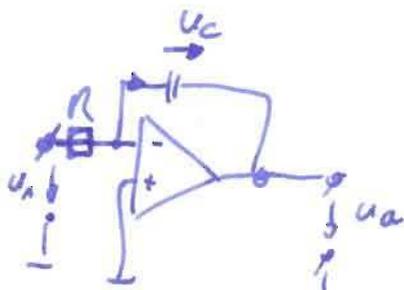
$$U = \frac{1}{C} \int I dt + U_0$$

$$U = \frac{1}{C} I \int dt + U_0$$

$$U = \frac{1}{C} \cdot I \cdot t + U_0$$

$$U|_{t=0} : U_0 = -2V$$

$$U|_{t \geq 0} : \frac{1}{C} \cdot \frac{U_1}{R} t + U_0$$



$$U_a = -U_c$$

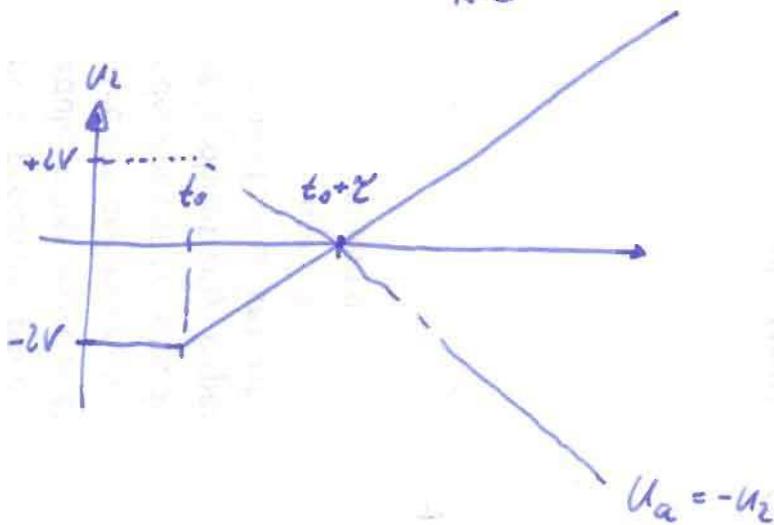
$$\tau = R \cdot C = 3,2 \mu s$$

$$I = \frac{U_1}{R}$$

$$U_c = \frac{1}{C} \cdot \frac{U_1}{R} t + U_0$$

(U_1 ist negativ!)

$$U_c = \frac{t}{R \cdot C} \cdot U_1 + U_0$$



Beispiel 1-8: Übung 11 aus Lehrbuch P. Busch, Elementare Regelungstechnik, S.66

$$z = \frac{3-j}{2-j^2} = \frac{(3-j)(2+j^2)}{(2-j^2)(2+j^2)} = \frac{6-2j+6j+2}{4+4} = \frac{8+4j}{8} = 1 + \frac{j}{2}$$

$$|z| = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = 1,1182$$

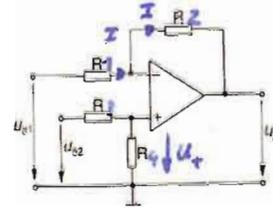
$$\varphi = \arg(z) = \arctan\left(\frac{1/2}{1}\right) = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26,6^\circ$$

Name: <u>WK</u>	Personenkennzahl: <u>- -</u>	Datum: <u>21.13</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter	Zusatzblätter: <u>0</u>	
$ z = 1,12$	$\arg(z) = 26,6^\circ$	

Beispiel 1-10: Berechnen Sie die Widerstände des folgenden Subtrahierers derart, dass gilt:

$$u_a = -2 \cdot u_1 - 3 \cdot u_2$$

Der Eingangswiderstand des Subtrahierers muss mindestens 47kΩ betragen (siehe auch Lehrbuch P. Busch, Elementare Regelungstechnik, S.29)



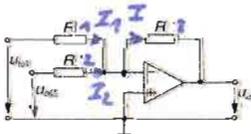
Siehe Beiblatt

Name: <u>WK</u>	Personenkennzahl: <u>...</u>	Datum: <u>21.13</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter	Zusatzblätter: <u>1</u>	
$R_{in1} = R_1 = 50k(62)$	$R_{in2} = R_2 = \infty$	
$R_{in} = 50k$	$R_{in} = R_3 = 100k$	

Beispiel 1-9: Berechnen Sie die Widerstände des folgenden Addierers derart, dass gilt:

$$u_a = -(2 \cdot u_1 + 3 \cdot u_2)$$

Der Eingangswiderstand des Addierers muss mindestens 10kΩ betragen (siehe auch Lehrbuch P. Busch, Elementare Regelungstechnik, S.29)



$$u_a = -I \cdot R_3 = -(I_1 + I_2) \cdot R_3 =$$

$$= -\left(\frac{u_{e1}}{R_1} + \frac{u_{e2}}{R_2}\right) \cdot R_3 =$$

$$= -\left(u_{e1} \cdot \frac{R_3}{R_1} + u_{e2} \cdot \frac{R_3}{R_2}\right)$$

\uparrow \uparrow
 2 3

$$R_{in1} / u_{e1} = R_1 \geq 10k$$

$$R_{in2} / u_{e2} = R_2 \geq 10k$$

$$\frac{R_3}{R_1} = 2 \quad \frac{R_3}{R_2} = 3$$

Vorgehen: 2 Kopfchen, aber nur ein geht!

Name: <u>WK</u>	Personenkennzahl: <u>- -</u>	Datum: <u>21.13</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter	Zusatzblätter: <u>1</u>	
$R_{in1} = 15k$	$R_{in2} = 10k$	$R_{in} = 30k$

$$R_2 = 10k \Rightarrow R_3 = 30k$$

Beispiel 1-10

$$U_x = U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$U_a = -I \cdot R_2 + U_x = -I \cdot R_2 + U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$U_{e1} = I \cdot R_1 + U_x = I \cdot R_1 + U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$I \cdot R_1 = U_{e1} - U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$I = \frac{1}{R_1} \cdot \left(U_{e1} - U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \left(U_{e1} - U_{e2} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) + U_{e2} \cdot \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$\Rightarrow U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{e1} + U_{e2} \cdot \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right)$$

$$R_1 > 47k$$

$$R_3 + R_4 > 47k$$

$$x + 2x = 5$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

200k
50k

100k
150k

Beachte die Bedingung:

$$U_a = -(U_{e1} - U_{e2}) \quad R = \text{alle gleich}$$

$$U_a = -I \cdot R_2 + U_{e2}$$

$$U_{e1} = I \cdot R_1 + U_{e2}$$

$$I = \frac{1}{R_1} \cdot (U_{e1} - U_{e2})$$

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot (U_{e1} - U_{e2}) + U_{e2}$$

$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{e1} + U_{e2} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \\ = -2 \cdot U_{e1} + 3 \cdot U_{e2}$$

Mess- und Regelungstechnik

Studieneinheit 4

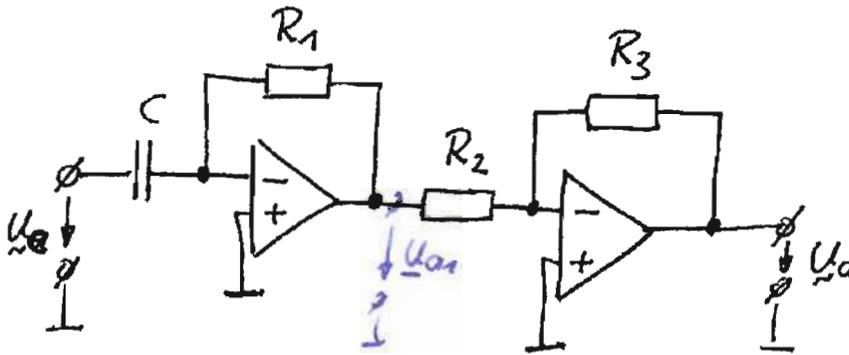
Rechenübungen zum Thema Ortskurve, Bode-Diagramm

Dr. Wilfried Kubinger

SS 2009

✓ 2.3.'09, WK

Beispiel 4-1: Bitte berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion der folgenden Schaltung



Um welchen Grundglied-Typus handelt es sich?

$$\underline{F}_1 = \frac{\underline{U}_{an}}{\underline{U}_e} = - \frac{\underline{z}_{er}}{\underline{z}_c} = - \frac{R_1}{\frac{1}{j\omega C}} = -j\omega R_1 C$$

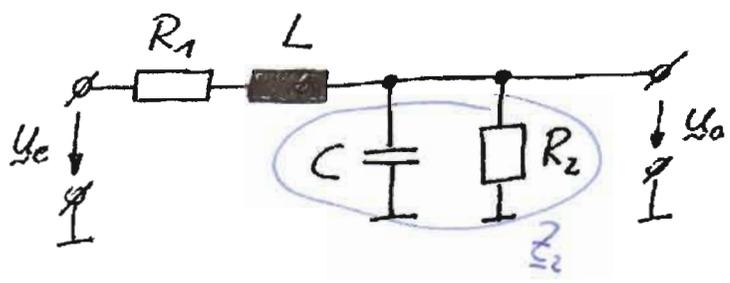
$$\underline{F}_2 = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_{an}} = - \frac{R_3}{R_2}$$

$$\underline{F} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_{an}} \cdot \frac{\underline{U}_{an}}{\underline{U}_e} = - \frac{R_3}{R_2} \cdot (-j\omega R_1 C) = j\omega C \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$$

Name: <u>Kubben</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>2.2.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$\underline{F} = +j\omega C \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}$	Grundglied-Typus= <u>D-Glied</u>	

$$\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \checkmark$$

Beispiel 4-2: Bitte berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion der folgenden Schaltung



Um welchen Grundglied-Typus handelt es sich?

$$F = \frac{U_o}{U_e} = \frac{Z_e}{R_1 + j\omega L + Z_e}$$

$$Z_e = R_2 \parallel C = \frac{R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C}}{\frac{1 + j\omega R_2 C}{j\omega C}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

$$F = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}}{R_1 + j\omega L + \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}} = \frac{R_2}{R_2 + (R_1 + j\omega L)(1 + j\omega R_2 C)}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1 + j\omega L + j\omega R_1 R_2 C - \omega^2 L C R_2^2} = \frac{R_2}{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2^2) + j(\omega L + \omega R_1 R_2 C)}$$

Name: <i>Kubi-gu</i>	Personenkennzahl:	Datum: <i>23.09</i>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <i>Ø</i>
$F = \frac{R_2}{(R_1 + R_2 - \omega^2 L C R_2^2) + j(\omega L + \omega R_1 R_2 C)}$	Grundglied-Typus= <i>2. T₂-Verhalten</i>	

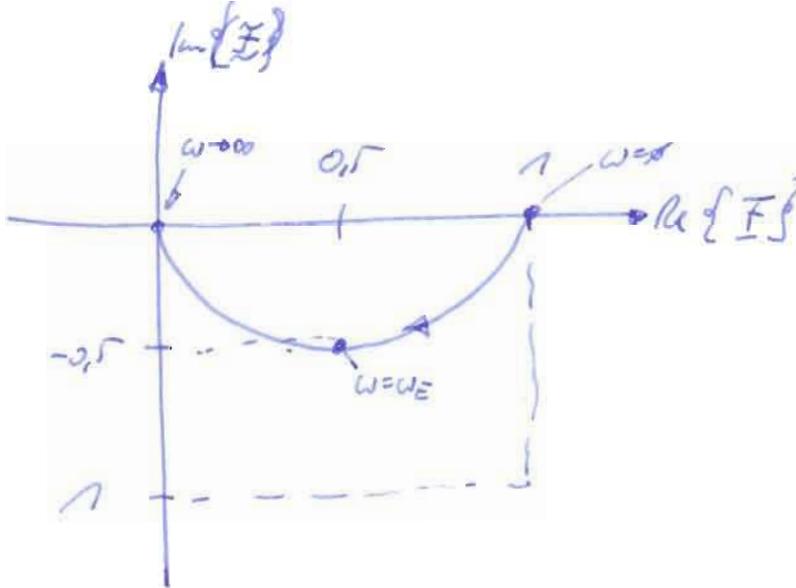
Beispiel 4-3: Bitte skizzieren Sie maßstäblich die Ortskurve des folgenden T_1 -Gliedes (bitte beschriften Sie auch die Achsen korrekt).

$$F = \frac{1}{1 + j\omega T_1}$$

$$F = \frac{1}{1 + j\omega T_1}$$

$$\Rightarrow T_1 = 3 \text{ sec.}$$

Wie groß ist die Eckfrequenz ω_E ?



$$\omega_E = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{3} = 0,33 \text{ sec}^{-1}$$

Name: KUBINGER	Personenkennzahl:	Datum: 2.5.09
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: 0
$\omega_E = \frac{1}{T_1} = 0,33 \text{ sec}^{-1}$		

Beispiel 4-4: Bitte skizzieren Sie maßstäblich die Ortskurve des folgenden T_2 -Gliedes (bitte beschriften Sie auch die Achsen korrekt).

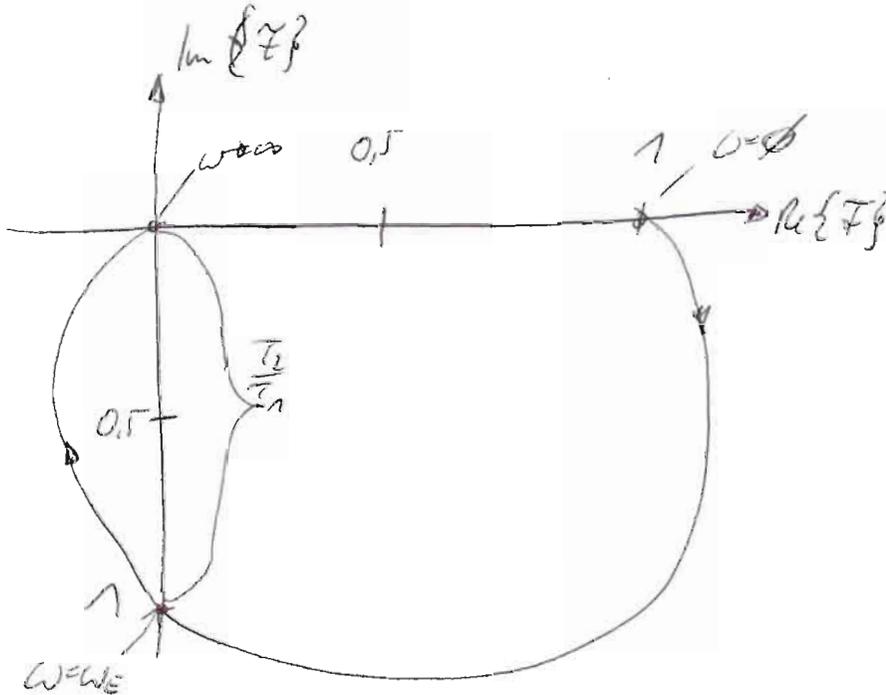
$$E = \frac{1}{1 - 4\omega^2 + j2\omega}$$

Wie groß sind die Eckfrequenz ω_E und die Dämpfung D ?

$$\bar{F} = \frac{1}{1 - (\omega T_2)^2 + j\omega T_1} \Rightarrow \begin{matrix} T_1 = 2 \\ T_2 = 2 \end{matrix}$$

$$\omega_E = \frac{1}{T_2} = 1 \text{ sec}^{-1}$$

$$D = \frac{T_1}{2 \cdot T_2} = 0,5$$



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>2.3.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$\omega_E = \frac{1}{T_2} = 1 \text{ sec}^{-1}$	$D = \frac{T_1}{2T_2} = 0,5$	

Beispiel 4-5: Bitte skizzieren Sie maßstäblich das Bode-Diagramm des folgenden T_1 -Gliedes (bitte beschriften Sie auch die Achsen korrekt).

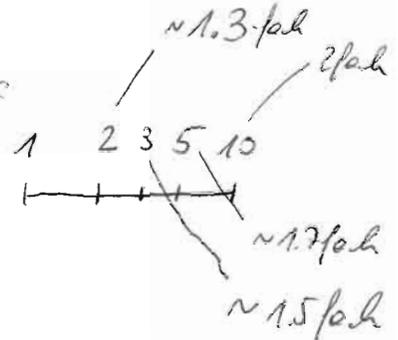
$$E = \frac{1}{1 + j2\omega}$$

Wie groß ist die Eckfrequenz ω_E ?

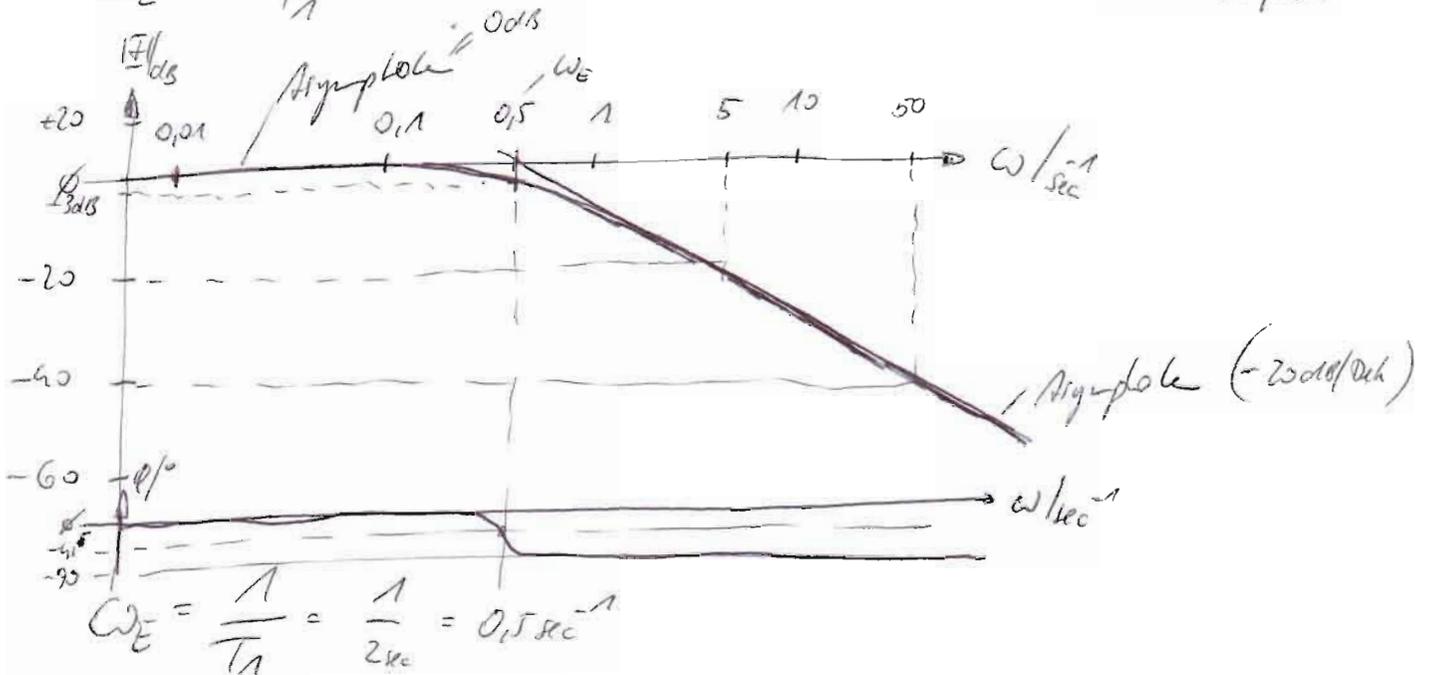
Wie groß sind Betrag und Phase der Übertragungsfunktion bei der Eckfrequenz?

$$\underline{F} = \frac{1}{1 + j\omega T_1}$$

$$\Rightarrow T_1 = 2 \text{ sec}$$



$$\omega_E = \frac{1}{T_1} = 0.5 \text{ sec}^{-1}$$



Name: Kubiger	Personenkennzahl:	Datum: 2.3.09
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: ✓
$\omega_E = \frac{1}{T_1} = 0.5 \text{ sec}^{-1}$	$ F(\omega_E) = \frac{1}{\sqrt{2}} = -3,0103 \text{ dB} \approx -3 \text{ dB}$	$\varphi(\omega_E) = -45^\circ$

Beispiel 4-6: Bitte skizzieren Sie maßstäblich das Bode-Diagramm des folgenden T₂-Gliedes (bitte beschriften Sie auch die Achsen korrekt).

$$F = \frac{1}{1 - 4\omega^2 + j4\omega}$$

Wie groß sind die Eckfrequenz ω_E und die Dämpfung D?

Wie groß sind Betrag und Phase der Übertragungsfunktion bei der Eckfrequenz?

$$F = \frac{1}{1 - (\omega T_2)^2 + j\omega T_1}$$

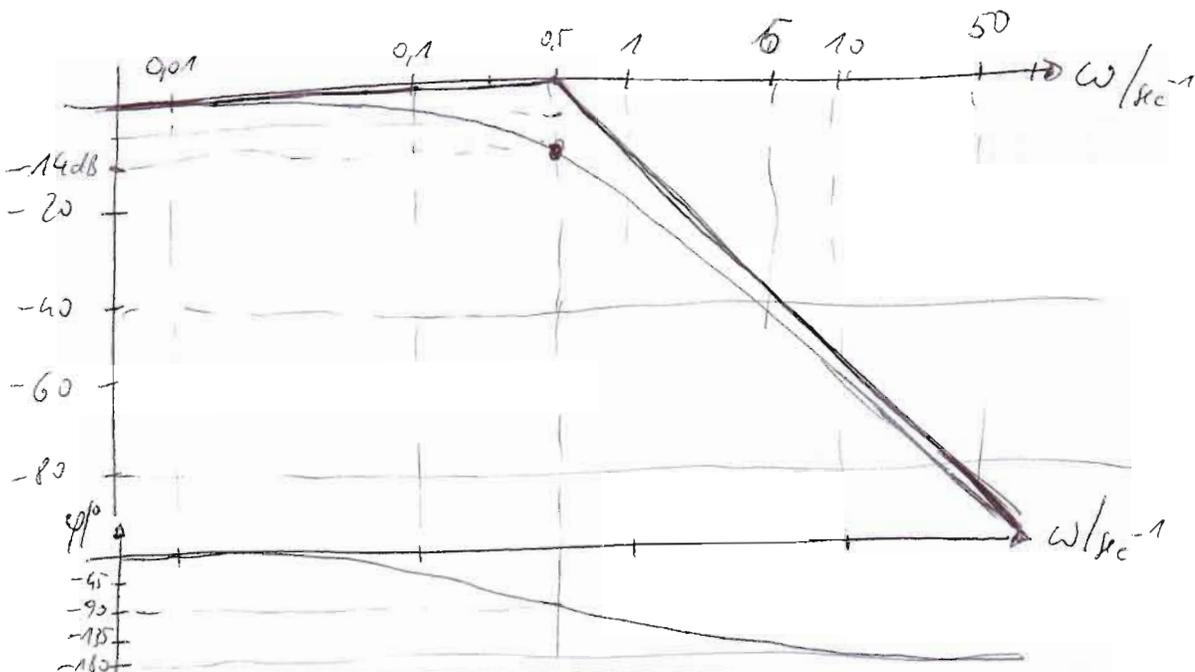
$$\Rightarrow T_1 = 4 \quad T_2 = 2$$

$$\omega_E = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2 \text{ sec}} = 0,5 \text{ sec}^{-1}$$

$$|F|_{\omega=\omega_E} = \frac{T_2}{T_1} = 0,5 \hat{=} -13,8 \text{ dB}$$

$$\varphi_{\omega=\omega_E} = -90^\circ$$

$$D = \frac{T_1}{2 \cdot T_2} = \frac{4}{2 \cdot 2} = 1$$



Name: Kubinger	Personenkennzahl:	Datum: 2.5.02
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: 0
$\omega_E = \frac{1}{T_2} = 0,5 \text{ sec}^{-1}$	$ F (\omega_E) = \frac{T_2}{T_1} = 0,5 \hat{=} -13,8 \text{ dB}$	$\varphi(\omega_E) = -90^\circ$
$D = \frac{T_1}{2T_2} = 1$		

Mess- und Regelungstechnik

Studieneinheit 6

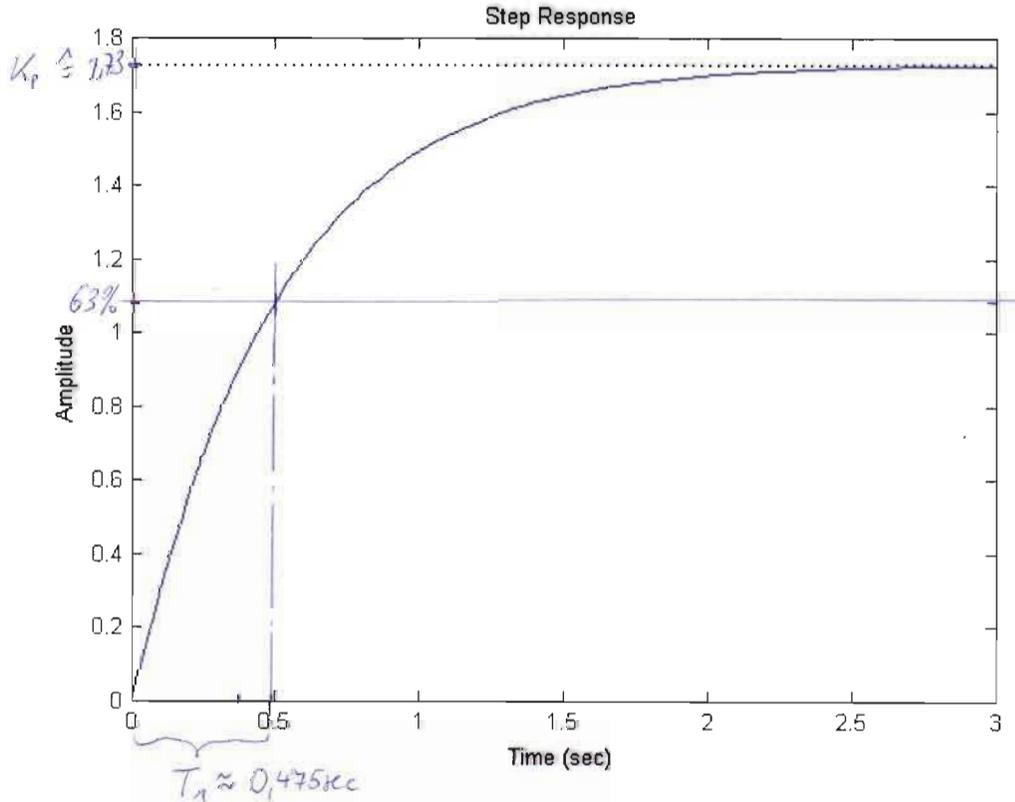
Rechenübungen zum Thema

Verbindungsmöglichkeiten von Regelkreisgliedern

Dr. Wilfried Kubinger
SS 2009

✓ 18.3.09, WK

Beispiel 6-1: Gegeben ist die Antwort eines Regelgliedes auf den Sprung der Eingangsgröße von $x_e=0$ auf $x_e=1$ zum Zeitpunkt $t=0\text{sec}$. Bitte bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes, geben Sie die komplexe Übertragungsfunktion an und bestimmen Sie die charakteristischen Parameter aus der Sprungantwort.



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.3.'09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$\underline{F} = \frac{1.73}{1 + s \cdot 0.475}$	Charakteristische Parameter: $K_p = 1.73 ; T_n = 0.475\text{sec}$	Typus = <u>P-T_n</u>

Beispiel 6-2: Bitte zeichnen Sie das Bode-Diagramm für das folgende System. Bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes und geben Sie die charakteristischen Parameter an.

$$\underline{F} = \frac{1}{2j\omega(1+j\omega)}$$

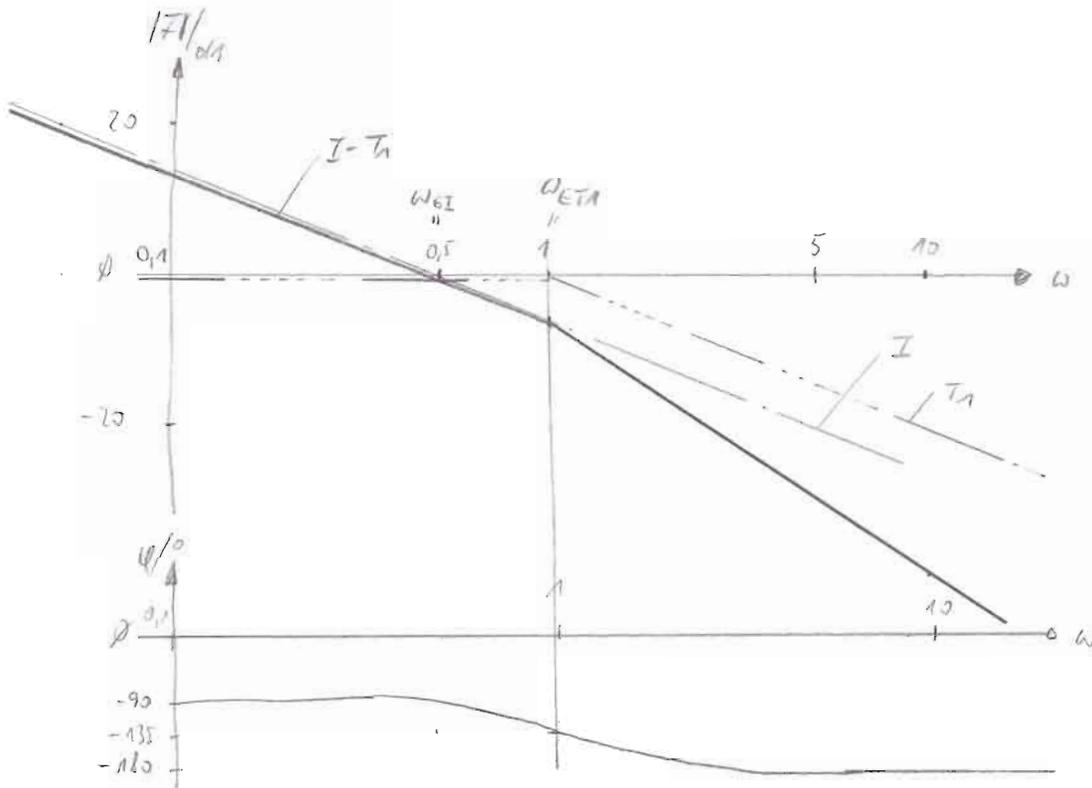
$$I-T_1: \underline{F} = \frac{K_I}{j\omega(1+j\omega T_1)}$$

$$\Rightarrow K_I = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ sec}^{-1}$$

$$T_1 = 1 \text{ sec}$$

$$\omega_{ETA} = \frac{1}{T_1} = 1 \text{ sec}^{-1}$$

$$\omega_{EI} = K_I = 0,5 \text{ sec}^{-1}$$



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.5.'09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>Ø</u>
Charakteristische Parameter: $T_1 = 1 \text{ sec}; K_I = 0,5 \text{ sec}^{-1}$	Typus = $I-T_1$	

Beispiel 6-3: Bitte berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion einer Reihenschaltung der folgenden drei Regelungsglieder.

$$\underline{F}_1 = 3 \quad \underline{F}_2 = j5\omega \quad \underline{F}_3 = \frac{1}{1+2j\omega}$$

$$\underline{F} = \underline{F}_1 \cdot \underline{F}_2 \cdot \underline{F}_3 = 3 \cdot j5\omega \cdot \frac{1}{1+2j\omega} =$$

$$= j^{15}\omega \cdot \frac{1}{1+2j\omega} =$$

$$= \frac{j^{15}\omega}{1+2j\omega}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.3.'09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
F= $\frac{j^{15}\omega}{1+2j\omega}$		

Beispiel 6-4: Bitte zeichnen Sie das Bode-Diagramm für das folgende System. Bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes und geben Sie die charakteristischen Parameter an.

$$\underline{F} = \frac{10}{(1+2j\omega)(1+2j\omega)}$$

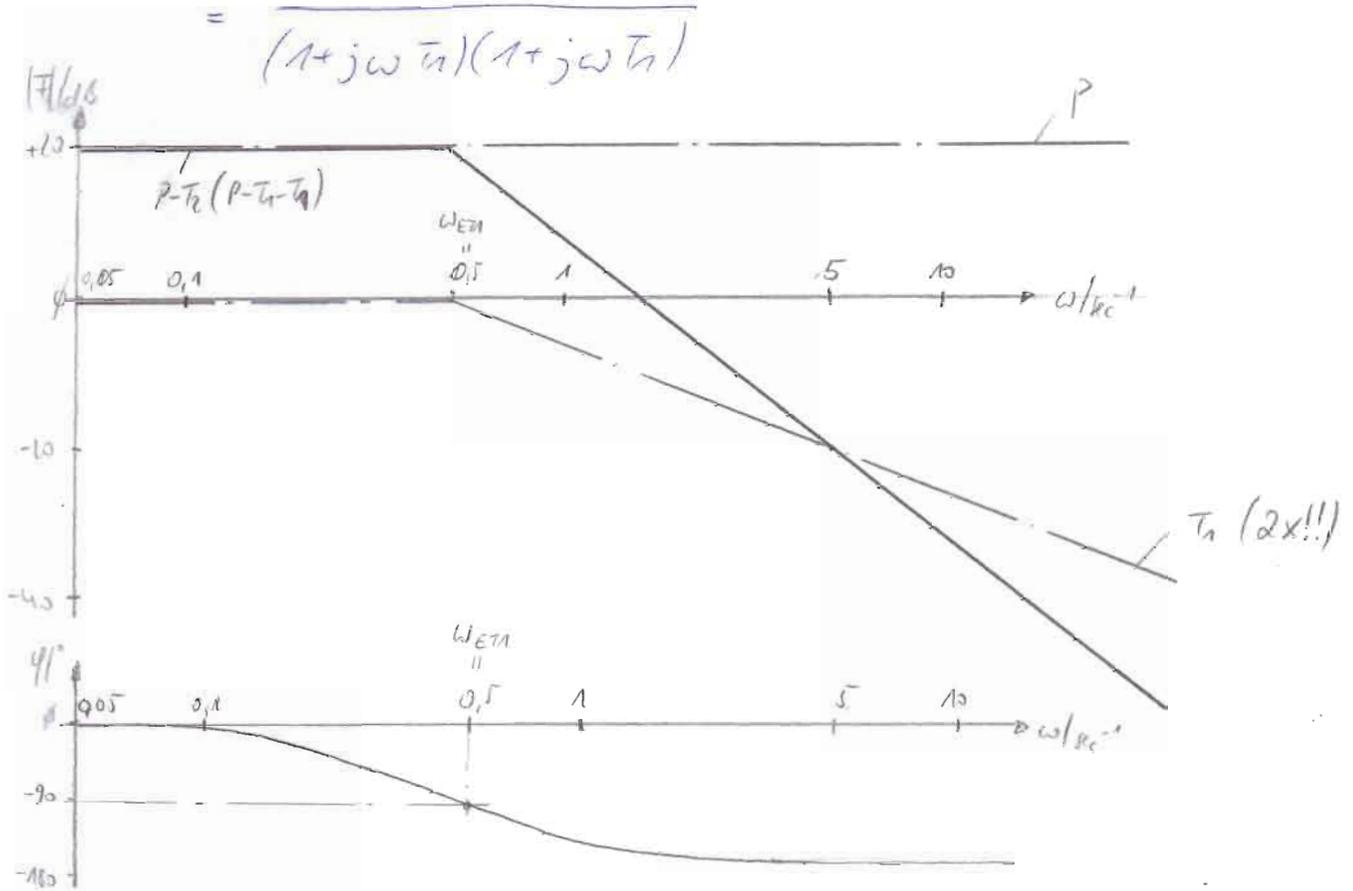
$$P-T_1-T_1 - \text{Typus} / P-T_2$$

$$K_p = 10$$

$$T_1 = 2$$

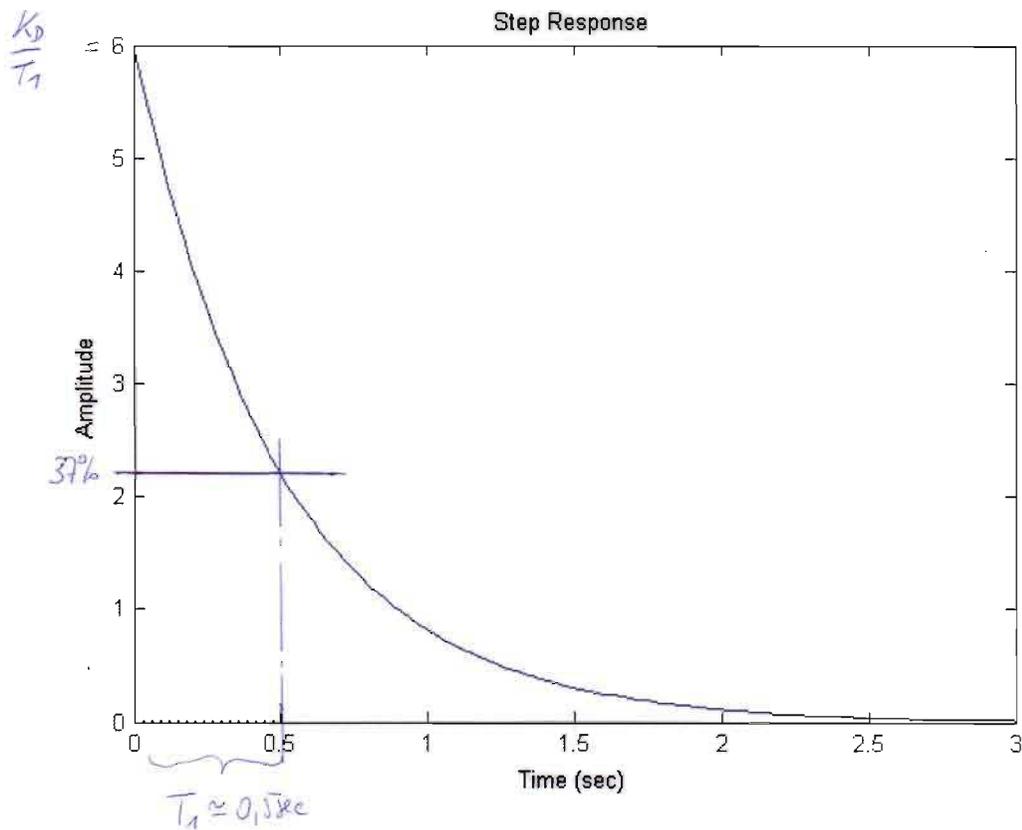
$$= \omega_{ZTN} = 0,5 \text{ s}^{-1}$$

$$= \frac{K_p}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_1)}$$



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>10.3.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
Charakteristische Parameter: $K_p = 10; T_1 = 2 \text{ s}$	Typus = $P-T_2$ bzw. $P-T_1-T_1$	

Beispiel 6-5: Gegeben ist die Antwort eines Regelgliedes auf den Sprung der Eingangsgröße von $x_e=0$ auf $x_e=1$ zum Zeitpunkt $t=0$ sec. Bitte bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes, geben Sie die komplexe Übertragungsfunktion an und bestimmen Sie die charakteristischen Parameter aus der Sprungantwort.



$$\frac{K_D}{T_1} = 6, \quad T_1 = 0,5 \text{ sec} \Rightarrow K_D = 6 \cdot T_1 = 3 \text{ sec}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.3.'09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$\underline{E} = \frac{j\omega 3}{1+j\omega 0,5}$	Charakteristische Parameter: $K_D = 3 \text{ sec}; T_1 = 0,5 \text{ sec}$	Typus = $D = T_1$

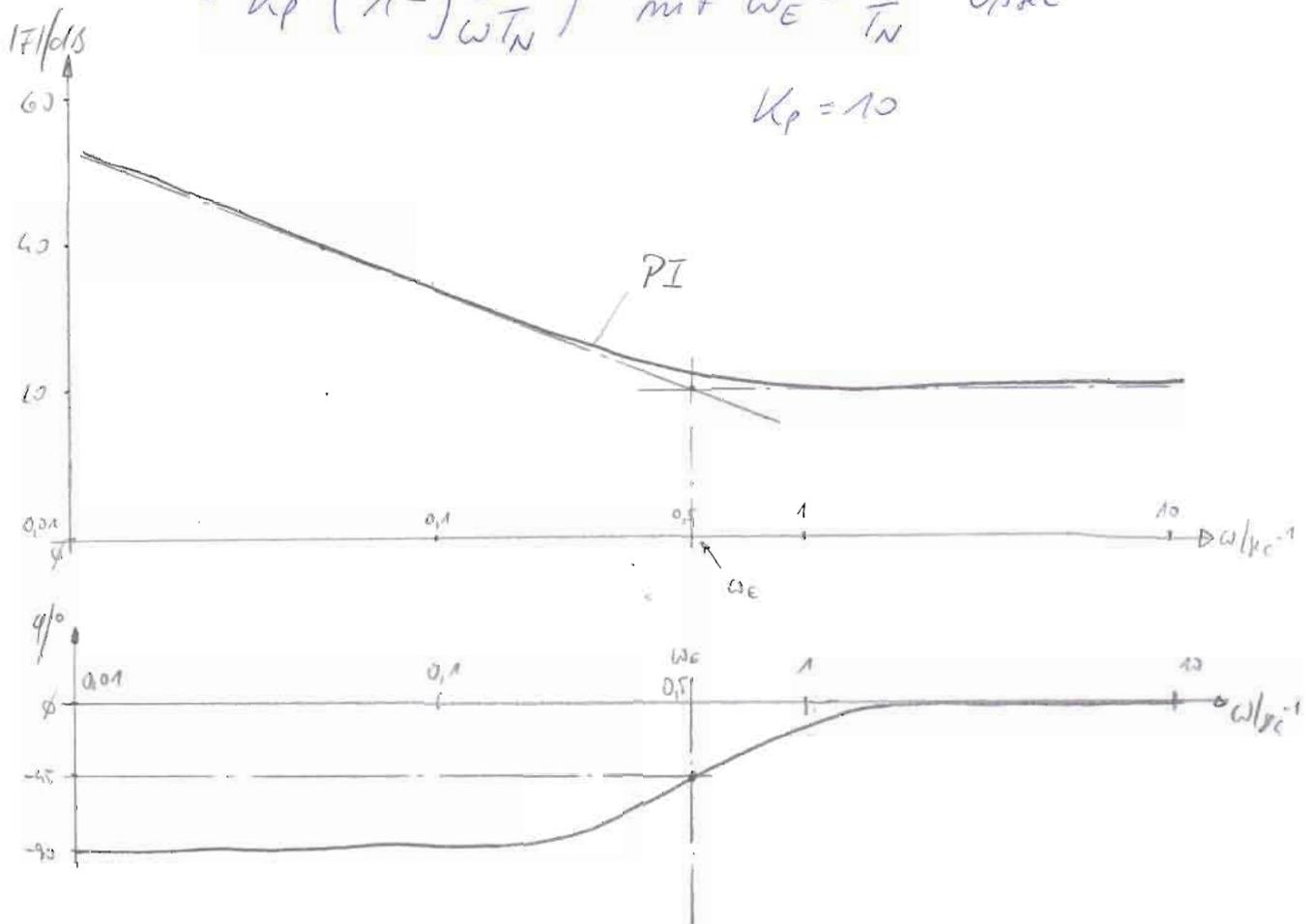
Beispiel 6-6: Bitte zeichnen Sie das Bode-Diagramm für das folgende System. Bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes und geben Sie die charakteristischen Parameter an.

$$\underline{F} = 10 \cdot \left(1 - \frac{j}{2\omega}\right)$$

PI-Glied

$$= K_p \cdot \left(1 - j \frac{1}{\omega T_N}\right) \quad \text{mit } \omega_E = \frac{1}{T_N} = 0,5 \text{ sec}^{-1}$$

$$K_p = 10$$



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.3.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
Charakteristische Parameter:	Typus =	
$K_p = 10; T_N = \frac{2}{\omega_E} = 0,5 \text{ sec}^{-1}$	<u>PI-Glied</u>	

Beispiel 6-7: Bitte berechnen Sie die komplexe Übertragungsfunktion einer Parallelschaltung der folgenden drei Regelungsglieder.

$$\underline{F}_1 = 10 \quad \underline{F}_2 = -j \frac{2}{\omega} \quad \underline{F}_3 = j\omega$$

$$\underline{F} = \underline{F}_1 + \underline{F}_2 + \underline{F}_3 = 10 - j \frac{2}{\omega} + j\omega$$

$$= 10 + j \left(\omega - \frac{2}{\omega} \right) =$$

$$= 10 + j \left(\frac{\omega^2 - 2}{\omega} \right)$$

Name: <u>KUBINGOR</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>12.1.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$\underline{F} = 10 - j \left(\frac{\omega^2 - 2}{\omega} \right)$		

Beispiel 6-8: Bitte zeichnen Sie das Bode-Diagramm für das folgende System. Bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes und geben Sie die charakteristischen Parameter an.

$$\underline{F} = 10 + j\left(5\omega - \frac{5}{\omega}\right)$$

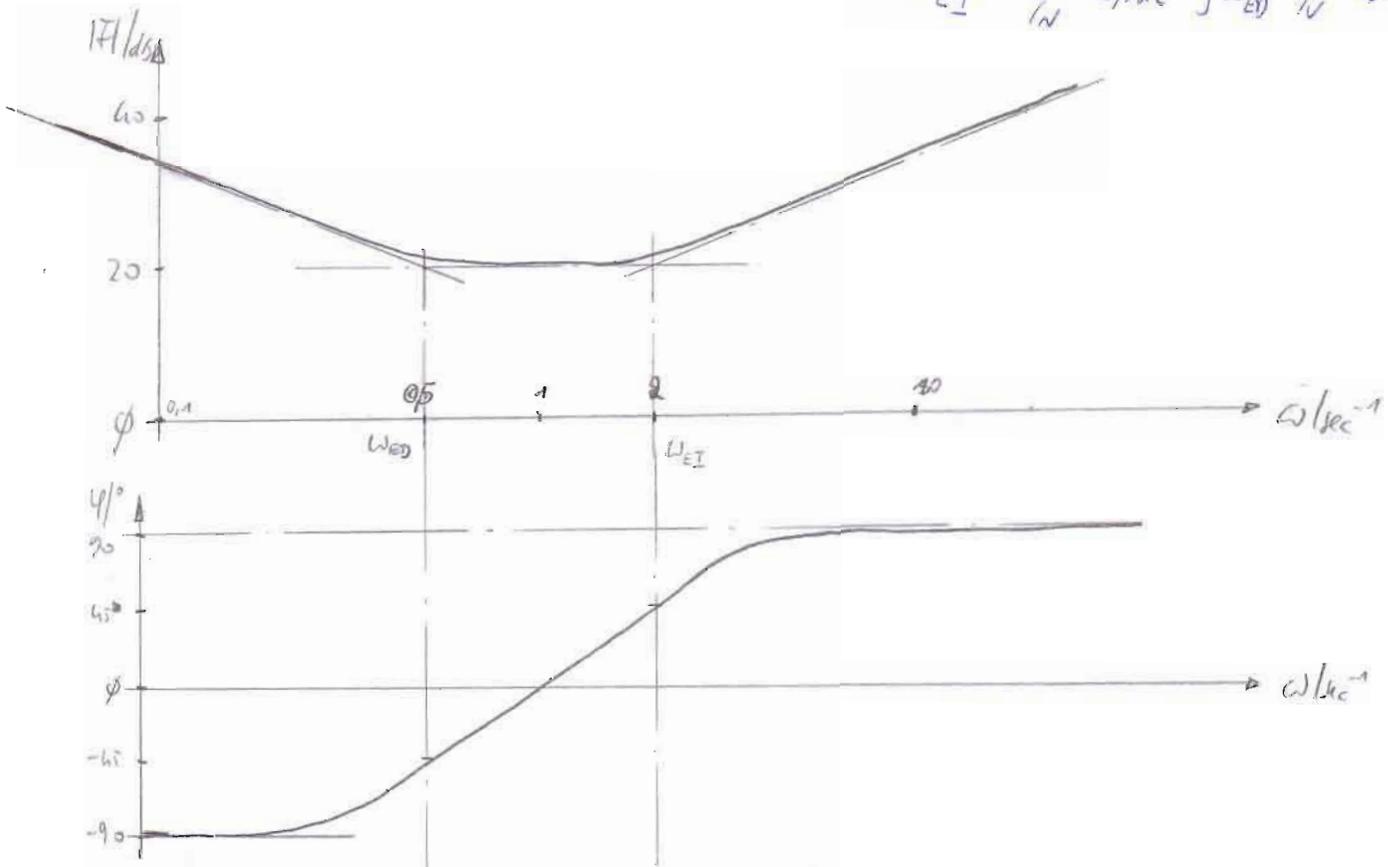
PID-Glied

$$\underline{F} = K_p \left(1 + j\left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right)\right) =$$

$$= 10 \cdot \left(1 + j\left(\frac{\omega}{2} - \frac{1}{2\omega}\right)\right) \Rightarrow$$

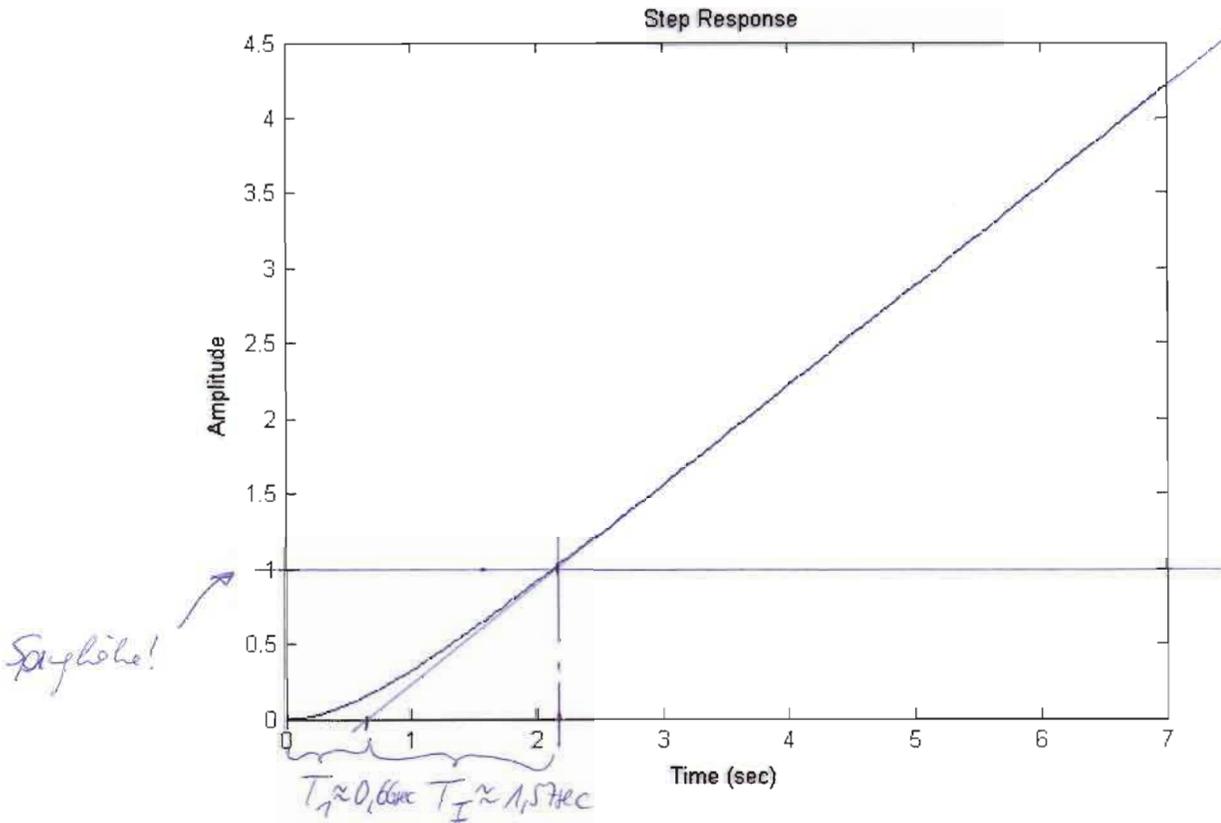
$$K_p = 10; T_V = 0,5 \text{ sec}; T_N = 2 \text{ sec}$$

$$\omega_{EI} = \frac{1}{T_N} = 0,5 \text{ sec}^{-1}; \omega_{\infty} = \frac{1}{T_V} = 2 \text{ sec}^{-1}$$



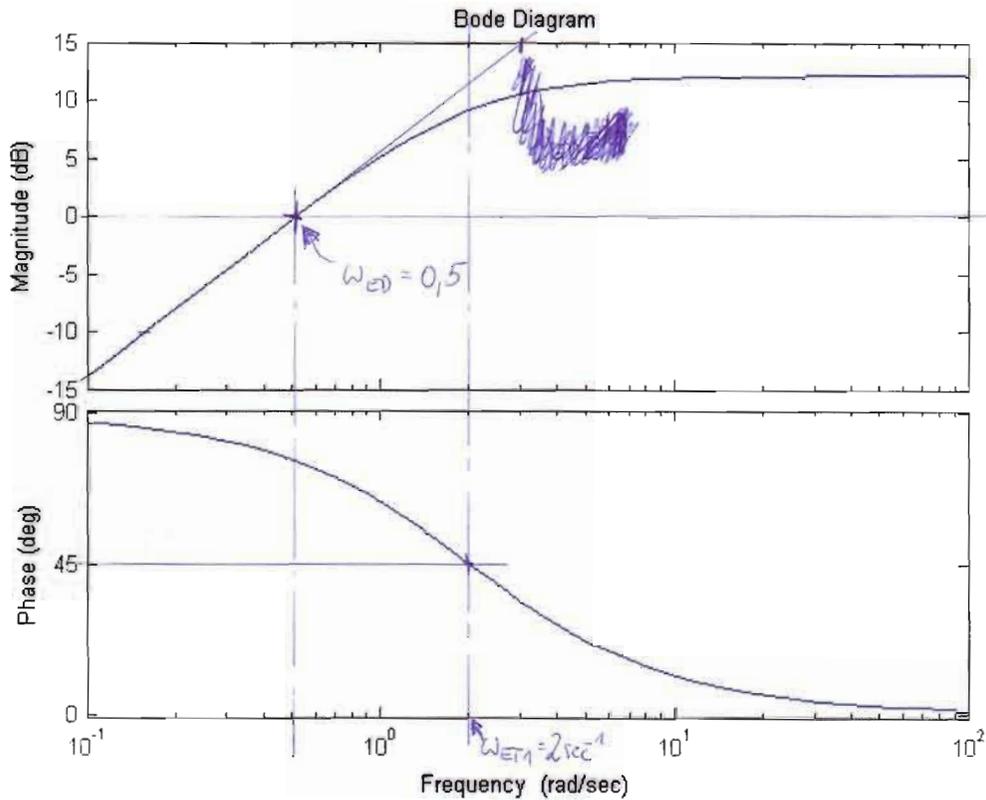
Name: <u>Kusinger</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>12.3.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>✓</u>
Charakteristische Parameter: $K_p = 10; T_V = 0,5 \text{ sec}; T_N = 2 \text{ sec}$ $\omega_{EI} = 0,5 \text{ sec}^{-1}; \omega_{\infty} = 2 \text{ sec}^{-1}$	Typus = <u>PID</u>	

Beispiel 6-9: Gegeben ist die Antwort eines Regelgliedes auf den Sprung der Eingangsgröße von $x_e=0$ auf $x_e=1$ zum Zeitpunkt $t=0$ sec. Bitte bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes, geben Sie die komplexe Übertragungsfunktion an und bestimmen Sie die charakteristischen Parameter aus der Sprungantwort.



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>18.5.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F=$	Charakteristische Parameter:	Typus =
$\frac{1}{j\omega T_I (1+j\omega T_I)}$	$\frac{1}{j\omega T_I (1+j\omega T_I)}$ $T_I \approx 0.66\text{sec}; T_I \approx 1.57\text{sec}$	<u>1-T_I</u>

Beispiel 6-10: Ein Übertragungsglied hat das folgende Bode-Diagramm. Um welchen Typus handelt es sich? Bitte geben Sie die zugehörige komplexe Übertragungsfunktion an und bestimmen Sie die charakteristischen Parameter aus dem Bode-Diagramm.



$$\omega_{ETM} = \frac{1}{T_A} = 2 \text{ sec}^{-1} \Rightarrow T_A = 0,5 \text{ sec}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{K_D} = 0,5 \text{ sec}^{-1} \Rightarrow K_D = 2 \text{ sec}$$

Name: KUBINGOL	Personenkennzahl:	Datum: 18.3.09
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: 1
$F = \frac{j\omega K_D}{1 + j\omega T_A} = \frac{j2\omega}{1 + j\omega 0,5}$	Charakteristische Parameter: $T_A = 0,5 \text{ sec}; K_D = 2 \text{ sec}$	Typus = D-T _A

Mess- und Regelungstechnik

Studieneinheit SE8

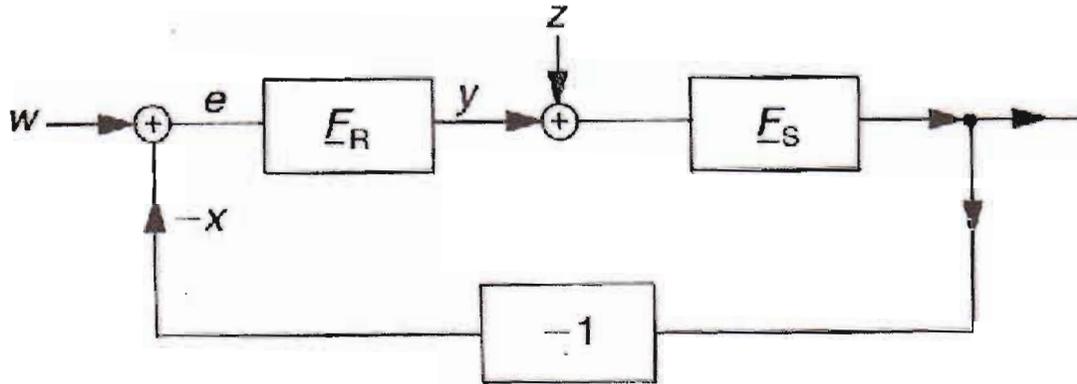
Rechenübungen zum Thema

Gruppenschaltungen
Der Regelkreis

Dr. Wilfried Kubinger
SS 2009

V3.4.'09, WK

Beispiel 8-1: Bitte berechnen Sie das Führungsverhalten des folgenden Regelkreises.



$$F_R = 10 + \frac{1}{2j\omega} \quad F_S = \frac{5}{(1+j\omega)(1+j\omega)}$$

Wird eine sprungförmige Änderung der Führungsgröße vollständig ausgegelt? Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz e_b ?

$$T_w = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{(10 + \frac{1}{2j\omega}) \cdot \frac{5}{(1+j\omega)^2}}{1 + \frac{(10 + \frac{1}{2j\omega}) \cdot 5}{(1+j\omega)^2}}$$

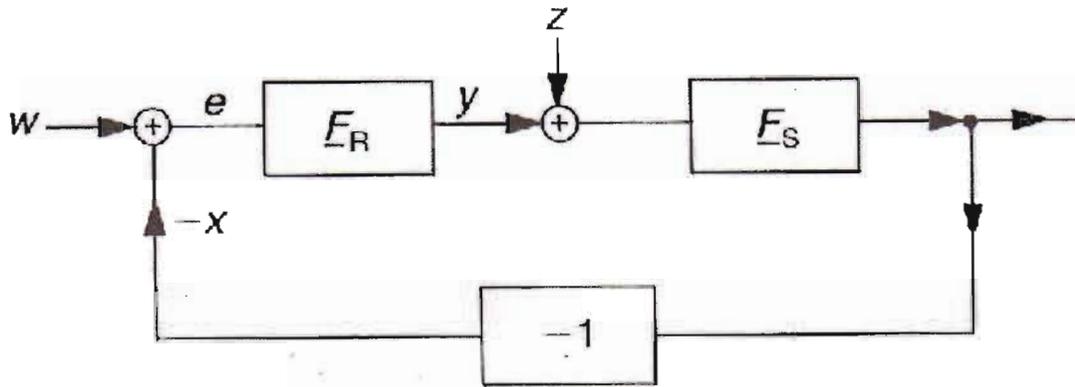
$$= \frac{5 \cdot (1 + 20j\omega)}{2j\omega \cdot (1+j\omega)^2 + 5 \cdot (1 + 20j\omega)} = \frac{5 + 100j\omega}{5 + 100j\omega + 2j\omega(1 + 2j\omega - \omega^2)}$$

$$= \frac{5 + 100j\omega}{5 + 100j\omega + 2j\omega - 4\omega^2 - 2j\omega^3} = \frac{5 + 100j\omega}{5 - 4\omega^2 + j(102\omega - 2\omega^3)}$$

$$T_w|_{\omega \rightarrow 0, t \rightarrow \infty} = \frac{5}{5} = 1 \quad \checkmark \text{ vollständig ausgegelt, da nach dem Erreichen } \omega = X \text{ ist } \Rightarrow e_b = w - X = 0$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{5 + 100j\omega}{5 - 4\omega^2 + j(102\omega - 2\omega^3)}$	Änderung der Führungsgröße vollständig ausgegelt (J/N)? <u>JA</u>	$e_b =$ <u>0</u>

Beispiel 8-2: Bitte berechnen Sie das Störverhalten des folgenden Regelkreises.



$$F_R = 10 + \frac{1}{2j\omega} \quad F_S = \frac{5}{(1+j\omega)(1+j\omega)}$$

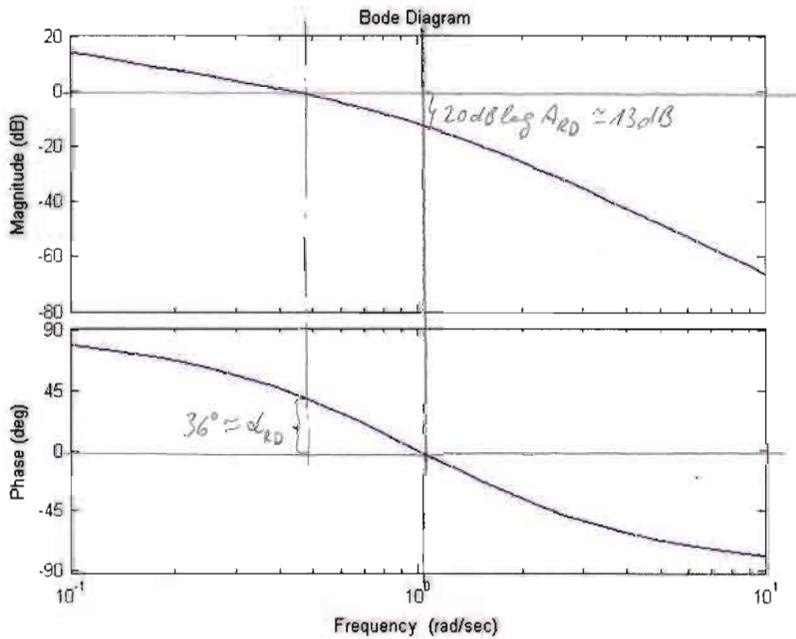
Wird eine sprungförmige Änderung der Störgröße vollständig ausgegelt? Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz e_0 ?

$$\begin{aligned} \bar{f}_z &= \frac{\bar{f}_s}{1 + \bar{f}_e \cdot \bar{f}_s} = \frac{\frac{5}{(1+2j\omega-\omega^2)}}{1 + \frac{(1+20j\omega)}{2j\omega} \cdot \frac{5}{(1+2j\omega-\omega^2)}} = \frac{\frac{5 \cdot 2j\omega}{(1+2j\omega-\omega^2) \cdot 2j\omega}}{\frac{2j\omega(1+2j\omega-\omega^2) + (1+20j\omega) \cdot 5}{2j\omega}} \\ &= \frac{5 \cdot 2j\omega}{5 + 100j\omega + 2j\omega - 4\omega^2 - 2j\omega^3} = \frac{10j\omega}{5 - 4\omega^2 + j(102\omega - 2\omega^3)} \end{aligned}$$

$\bar{f}_z|_{\omega \rightarrow 0, t \rightarrow \infty} = \emptyset$ d.h. nach Ende des Einschwingvorgangs ist per Teil $w-x$ der durch die Störgr. verursacht wurde, vollständig verschwindet!
 $\Rightarrow e_0 = w - x = \emptyset$ es gibt keine bleibende Regeldifferenz!

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>✓</u>
$F_z = \frac{10j\omega}{5 - 4\omega^2 + j(102\omega - 2\omega^3)}$	Änderung der Störung vollständig ausgegelt (J/N)? <u>JA</u>	$e_0 = \emptyset$

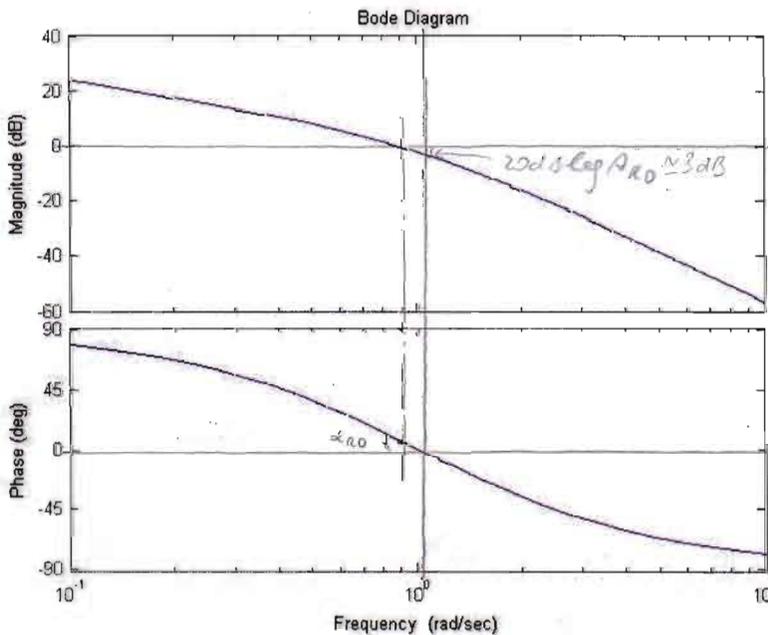
Beispiel 8-3: Bitte geben Sie bei den folgenden drei Systemen, bei denen die Übertragungsfunktion der offenen Schleife $F_O = -F_R * F_S$ als Bode-Diagramm gegeben ist, an, ob sie stabil oder instabil sind. Wie groß ist bei den stabilen Systeme der Amplituden- und der Phasenrand?



STABIL

$$A_{r0} \approx 4,5$$

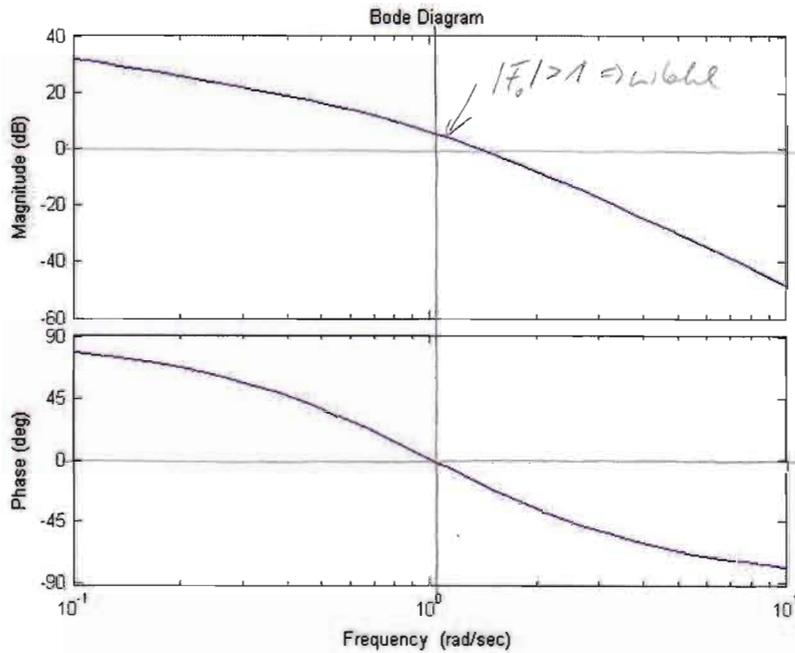
$$\alpha_{r0} \approx 36^\circ$$



STABIL

$$A_{r0} \approx 1,41$$

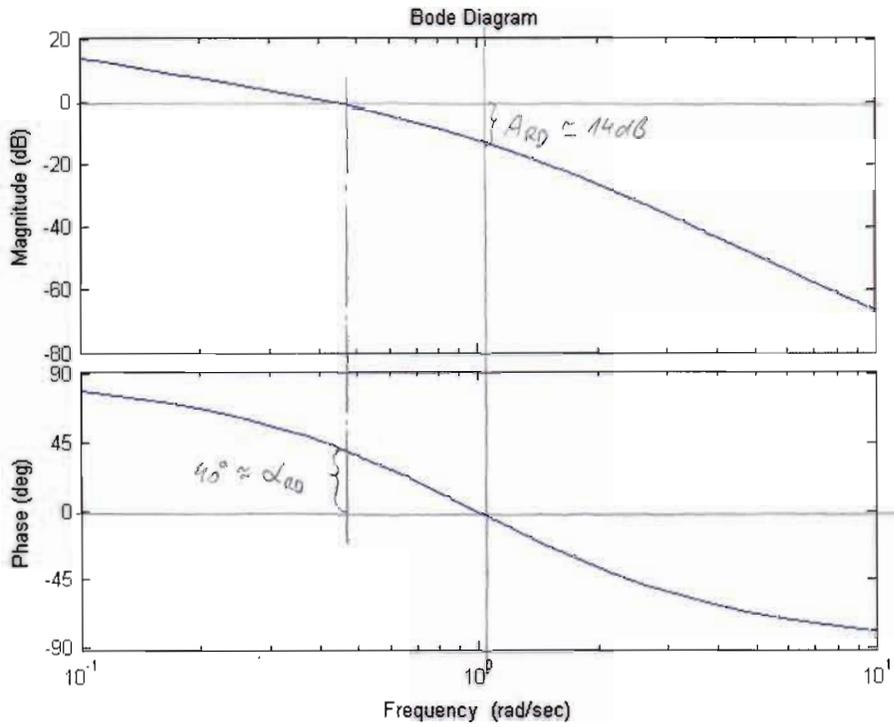
$$\alpha_{r0} \approx 6^\circ$$



(INSTABIL)

Name: <i>KUBINGER</i>	Personenkennzahl:	Datum: <i>3.4.2009</i>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <i>1</i>
Der Regelkreis 1 ist <i>stabil</i> $A_{RO} \approx 4,15$ $\alpha_{RO} \approx 36^\circ$	Der Regelkreis 2 ist <i>stabil</i> $A_{RO} \approx 1,41$ $\alpha_{RO} \approx 6$	Der Regelkreis 3 ist <i>instabil</i>

Beispiel 8-4: Bitte bestimmen Sie den Amplituden und den Phasenrand aus dem folgenden Bode-Diagramm.



$$A_{RD/dB} = 20 \text{ dB} \log A_{RD} \Rightarrow A_{RD} = 10^{\frac{A_{RD/dB}}{20}} = 10^{\frac{14}{20}} \approx 4.5$$

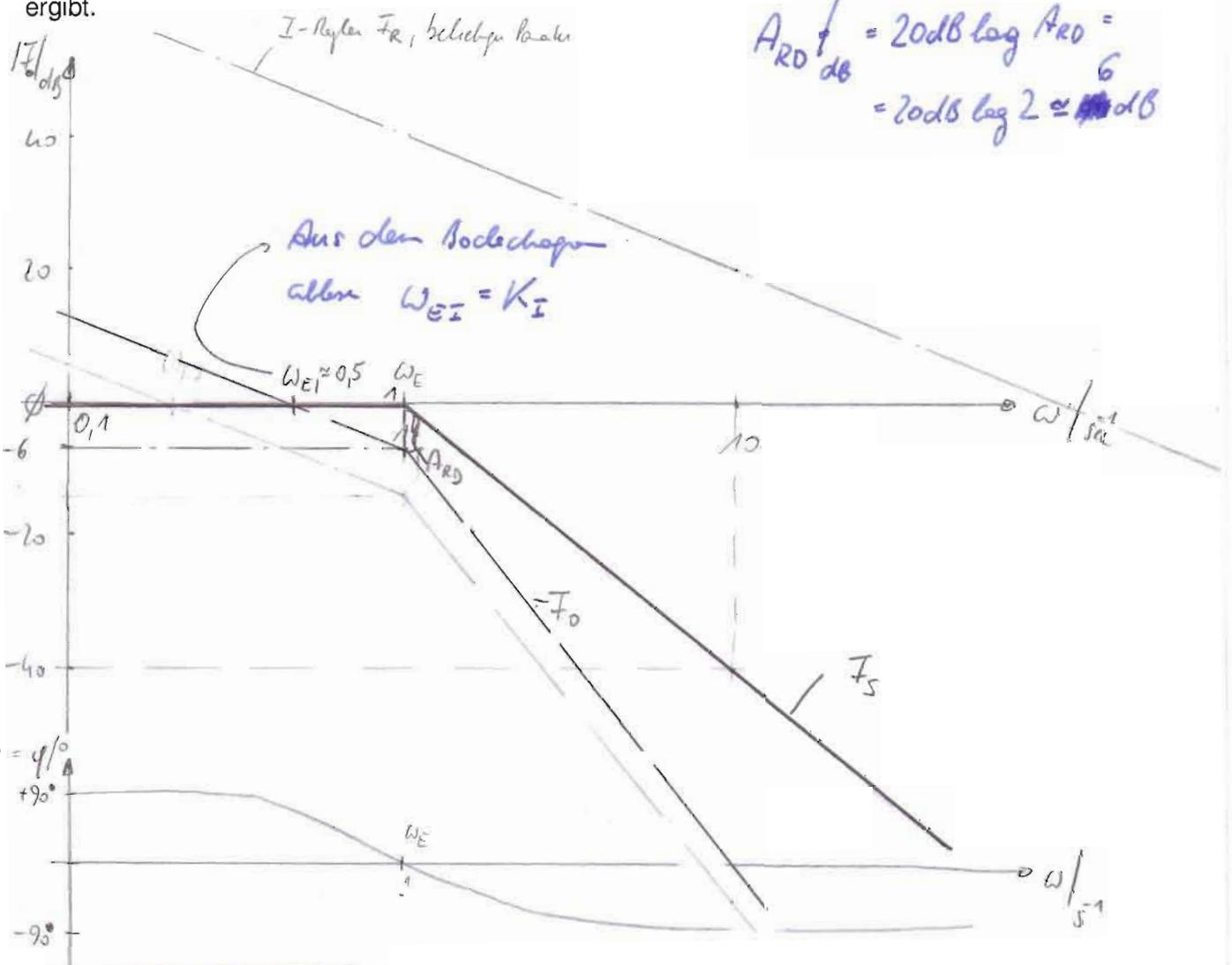
Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>✓</u>
Amplitudenrand $A_{RD} =$ <u>4,5</u>	Phasenrand $\alpha_{RD} =$ <u>40°</u>	

Beispiel 8-5: Bitte dimensionieren Sie den Parameter K_I des I-Reglers derart, dass sich ein Amplitudenrand von $A_{RD}=2$ für die Stabilitätsgüte des Standardregelkreises bestehend aus

$$F_R = \frac{K_I}{j\omega} \quad F_S = \frac{1}{(1+j\omega)(1+j\omega)}$$

$$\underline{F}_0 = -\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

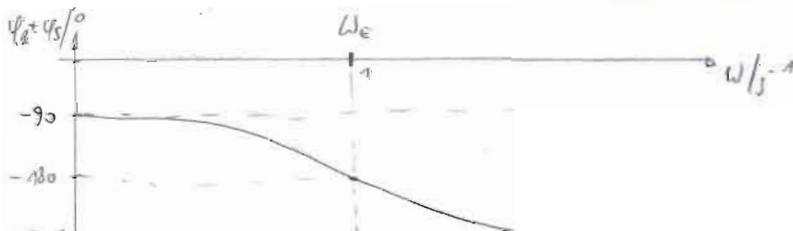
ergibt.



$$A_{RD} \text{ dB} = 20 \text{ dB log } A_{RD} = 20 \text{ dB log } 2 \approx 6 \text{ dB}$$

$$\varphi_R + \varphi_S + 180^\circ = \varphi / ^\circ$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2007</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>Ø</u>
$K_I = \omega_{EI} = 0,5 \text{ s}^{-1}$		



Beispiel 8-6: Bitte bestimmen Sie für die im Folgenden angegebene Übertragungsfunktion $G(s)$ die Pole und die Nullstellen in der komplexen s -Ebene, zeichnen Sie sie ein und geben Sie an, ob $G(s)$ einen stabilen, instabilen oder grenzstabilen Regelkreis darstellt.

$$G(s) = \frac{s-2}{s(s+1)(s+2)(s-3)}$$

Nullstellen $s_{N1} = 2$

Pole: $s_{P1} = 0$

$s_{P2} = -1$

$s_{P3} = -2$

$s_{P4} = +3$

rechte Halbebene \Rightarrow instabil

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.6.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <input checked="" type="checkbox"/>
Pole: <u>0, -1, -2, +3</u>	Nullstellen: 0, -1, -2, +3 <u>2</u>	Stabilitätsart: <u>instabil</u>

Beispiel 8-7: Bitte bestimmen Sie für die im Folgenden angegebene Übertragungsfunktion $G(s)$ die Pole und die Nullstellen in der komplexen s -Ebene, zeichnen Sie sie ein und geben Sie an, ob $G(s)$ einen stabilen, instabilen oder grenzstabilen Regelkreis darstellt.

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+2s+10}$$

Nullstelle:

$$s_{N1} = -1$$

Polstelle:

$$s^2 + 2s + 10 = 0$$

$$s_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1^2 - 10} = -1 \pm j\sqrt{9} = -1 \pm j3$$

$$\Rightarrow s_{p1} = -1 + j3$$

$$s_{p2} = -1 - j3$$

Alle Pole in der linken s -Halbebene \Rightarrow stabil

Name: KUBINGER	Personenkennzahl:	Datum: 3.4.2009
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: \emptyset
Pole: $-1+j3, -1-j3$	Nullstellen: -1	Stabilitätsart: stabil

Beispiel 8-8: Bitte bestimmen Sie für die im Folgenden angegebene Übertragungsfunktion $G(s)$ die Pole und die Nullstellen in der komplexen s -Ebene, zeichnen Sie sie ein und geben Sie an, ob $G(s)$ einen stabilen, instabilen oder grenzstabilen Regelkreis darstellt.

$$G(s) = \frac{s+1}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Nullstelle: $s_{n1} = -1$

Polstelle: $s_{p1} = -1$

$s_{p2} = -2$

$s_{p3} = -3$

Hinweis: 1 Pol- und eine Nullstelle heben sich

$\Rightarrow s_{p1} = -2$

$s_{p2} = -3$

Kein Pol in der rechten s -Halbebene \Rightarrow stabil

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
Pole: <u>-2, -3</u>	Nullstellen: <u>/</u>	Stabilitätsart: <u>stabil</u>

Beispiel 8-9: Bitte zeichnen Sie das Bode-Diagramm für das folgende System. Bestimmen Sie den Typus des Grundgliedes und geben Sie die charakteristischen Parameter an.

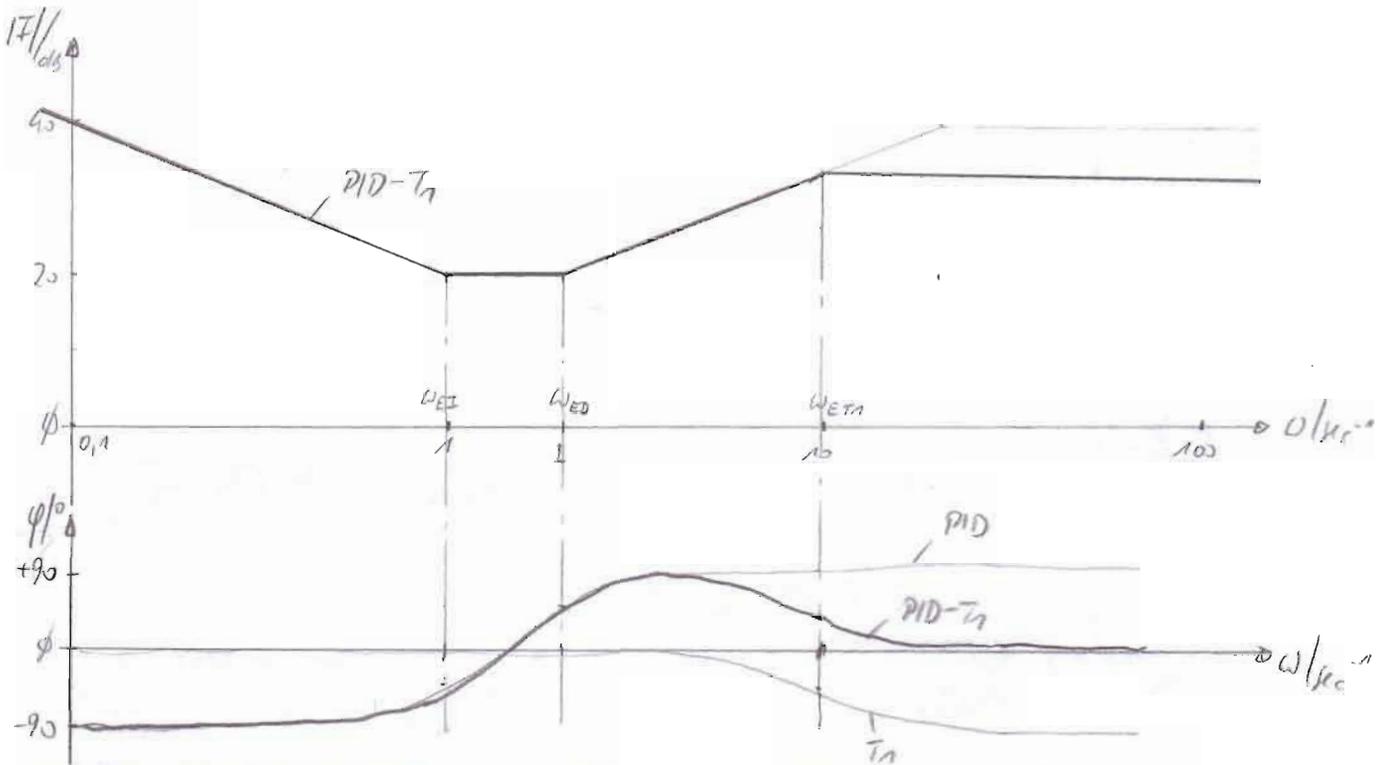
$$\underline{F} = 10 \frac{1 + j\omega 0,5 + \frac{1}{j\omega}}{1 + j\omega 0,1}$$

PID-T₁

$$\underline{F} = K_p \cdot \left(\frac{1 + \frac{1}{j\omega T_N} + j\omega T_V}{1 + j\omega T_1} \right)$$

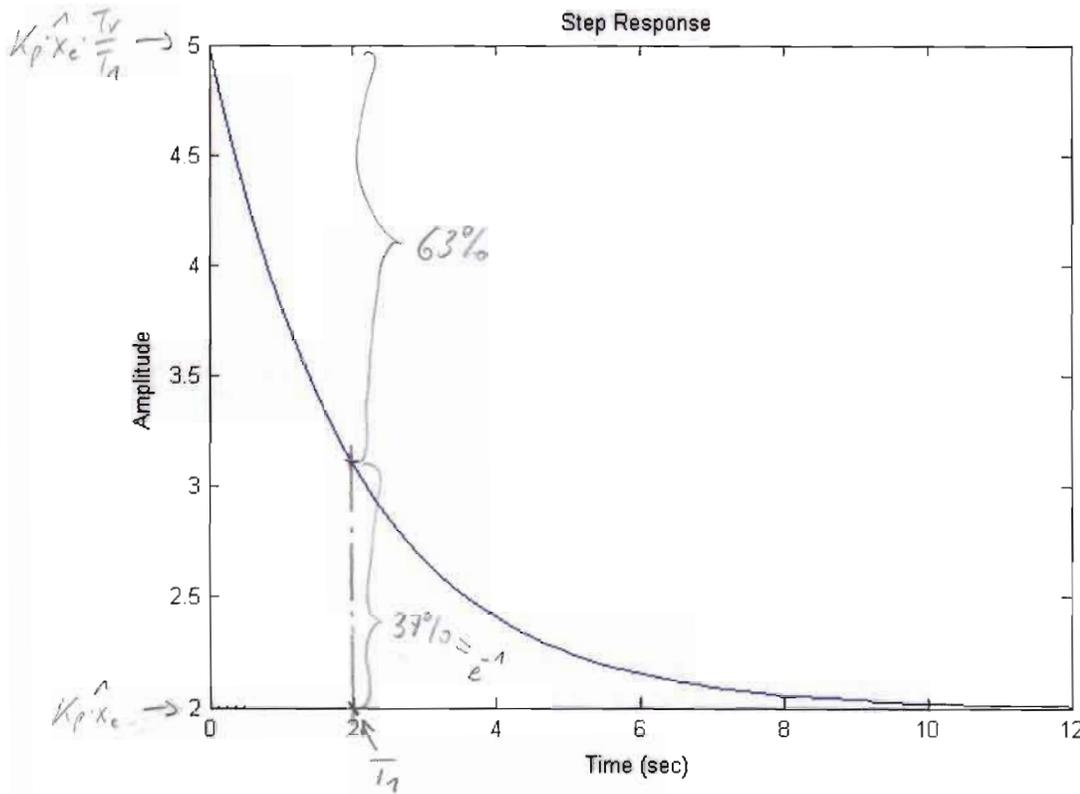
Parametervergleich $K_p = 10$; $T_N = 1 \text{ s}$; $T_V = 0,5 \text{ s}$; $T_1 = 0,1 \text{ s}$

Eckfrequenzen: $\omega_{EI} = \frac{1}{T_N} = 1 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{ED} = \frac{1}{T_V} = 2 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{ET1} = \frac{1}{T_1} = 10 \text{ s}^{-1}$



Name: <u>KUSINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.9.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>4</u>
Charakteristische Parameter: $K_p = 10$; $T_N = 1 \text{ s}$; $T_V = 0,5 \text{ s}$; $T_1 = 0,1 \text{ s}$	Typus = <u>PID-T₁</u>	

Beispiel 8-10: Bitte bestimmen Sie die komplexe Übertragungsfunktion aus der folgenden Sprungantwort und geben Sie die zugehörigen charakteristischen Parameter bzw. Kenngrößen an. Um welches Grundglied handelt es sich?



$$K_p = 2$$

$$T_n = 2 \text{ sec}$$

$$K_p \cdot 1 \cdot \frac{T_V}{T_n} = 5$$

$$\Rightarrow T_V = \frac{5 \cdot T_n}{K_p} = \frac{5 \cdot 2}{2} = 5 \text{ sec}$$

PD- T_n Glied, Sprungantwort mit $\hat{x}_a = K_p \cdot \hat{x}_c \cdot \left[1 + \left(\frac{T_V}{T_n} - 1 \right) e^{-\frac{t}{T_n}} \right]$

$$\hat{x}_a|_{t=0} = K_p \cdot \hat{x}_c \cdot \frac{T_V}{T_n}; \hat{x}_a|_{t \rightarrow \infty} = K_p \cdot \hat{x}_c$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>3.4.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
Charakteristische Parameter bzw. Kenngrößen: $K_p = 2$ $T_n = 2 \text{ sec}$ $T_V = 5 \text{ sec}$	Typus = <u>PD-T_n</u>	

$$F_w = K_p \cdot \frac{1 + j\omega T_V}{1 + j\omega T_n} = 2 \cdot \frac{1 + j\omega 5}{1 + j\omega 2}$$

Mess- und Regelungstechnik

Studieneinheit 10

Rechenübungen zum Thema

Regelkreise mit stetigen Reglern

Dr. Wilfried Kubinger
SS 2009

✓ 23.5.'09, WK

Beispiel 10-1: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{2}{1+3j\omega} \quad F_R = 5$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Ist das System stabil?
 Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 2$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 3$.

$$F_W = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{10}{1 + \frac{10}{1+3j\omega}} = \frac{10}{11 + 3j\omega} = \frac{x}{w}$$

$$F_W(\omega + \rho) = \frac{10}{11} \Rightarrow \text{nicht stabil!} \quad \varphi = \varphi_R + \varphi_S + 180^\circ =$$

$$= 0^\circ + 90^\circ + 180^\circ =$$

$$\Rightarrow 180^\circ \rightarrow 90^\circ \text{ stabil!} \checkmark$$

$$\Delta x = F_W \cdot \Delta w = \frac{10}{11} \cdot 2 = \frac{20}{11}$$

$$e_b = \Delta w - \Delta x = 2 - \frac{20}{11} = \frac{2}{11}$$

$$F_Z = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{2}{1+3j\omega}}{1 + \frac{10}{1+3j\omega}} = \frac{2}{10 + 1 + 3j\omega} = \frac{2}{11 + 3j\omega} = \frac{x}{z}$$

$$F_Z(\omega + \rho) = \frac{2}{11} \Rightarrow \text{nicht stabil}$$

$$\Delta x = F_Z(\omega + \rho) \cdot \Delta z = \frac{2}{11} \cdot 3 = \frac{6}{11}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>22.4.'09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F_w = \frac{10}{11 + 3j\omega}$	$F_z = \frac{2}{11 + 3j\omega}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = \frac{2}{11}$	$\Delta x = \frac{6}{11}$	

Beispiel 10-2: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{10}{1+2j\omega} \quad F_R = \frac{2}{j\omega}$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Wie groß ist die Dämpfung D und ist das System stabil?

Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 5$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 2$.

$$F_w = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{20}{j\omega(1+2j\omega)}}{1 + \frac{20}{j\omega(1+2j\omega)}} = \frac{20}{20 + j\omega(1+2j\omega)} = \frac{20}{20 - 2\omega^2 + j\omega}$$

$$F_w(\omega \rightarrow 0) = 1 \Rightarrow \text{Stehwertregel, d.h. } e_b = w - x = 0$$

$$F_z = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{10}{1+2j\omega}}{1 + \frac{20}{j\omega(1+2j\omega)}} = \frac{10j\omega}{20 + j\omega(1+2j\omega)} = \frac{10j\omega}{20 - 2\omega^2 + j\omega}$$

$$F_z(\omega \rightarrow 0) = 0 \Rightarrow \text{Störwertregel, d.h. } \Delta x = 0$$

$$D = \frac{T_n}{2T_2} = \frac{1/20}{2 \cdot \sqrt{1/10}} = \frac{1}{40 \cdot \sqrt{1/10}}$$

$$\varphi = \varphi_S + \varphi_R + 180^\circ = (0^\circ - 90^\circ) + (-90^\circ) + 180^\circ - (+90^\circ - 0^\circ) \quad \checkmark \text{ stabil}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>22.4.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F_w = \frac{20}{20 - 2\omega^2 + j\omega}$	$F_z = \frac{10j\omega}{20 - 2\omega^2 + j\omega}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = 0$	$\Delta x = 0$	$D = \frac{1}{40 \cdot \sqrt{1/10}}$

Beispiel 10-3: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{10}{1+2j\omega} \quad F_R = 10 + \frac{2}{j\omega} = \frac{2+10j\omega}{j\omega}$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Ist das System stabil?
 Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 1,5$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 0,25$.

$$\begin{aligned} \bar{F}_w &= \frac{\bar{F}_R \cdot \bar{F}_S}{1 + \bar{F}_R \cdot \bar{F}_S} = \frac{\frac{10}{1+2j\omega} \cdot \frac{2+10j\omega}{j\omega}}{1 + \frac{10}{1+2j\omega} \cdot \frac{2+10j\omega}{j\omega}} = \frac{10 \cdot (2+10j\omega)}{10(2+10j\omega) + j\omega(1+2j\omega)} \\ &= \frac{20 + 100j\omega}{20 - 2\omega^2 + j\omega 101} \end{aligned}$$

$\bar{F}_w(\omega \rightarrow 0) = 1 \Rightarrow$ stationärgemau, d.h. $e_b = 0$

$$\begin{aligned} \bar{F}_z &= \frac{\bar{F}_R}{1 + \bar{F}_R \cdot \bar{F}_S} = \frac{\frac{10}{1+2j\omega}}{1 + \frac{10}{1+2j\omega} \cdot \frac{2+10j\omega}{j\omega}} = \frac{10j\omega}{j\omega(1+2j\omega) + 10(2+10j\omega)} \\ &= \frac{10j\omega}{20 - 2\omega^2 + j\omega 101} \end{aligned}$$

$\bar{F}_z(\omega \rightarrow 0) = 0 \Rightarrow$ stationärgemau, d.h. $\Delta x = 0$

$$\varphi = \varphi_R + \varphi_S + 180^\circ = (-90^\circ + 0^\circ) + (0^\circ - 90^\circ) + 180^\circ \approx \geq 90^\circ \text{ (siehe Polstellen)}$$

✓ stabil

Name: <u>KLEBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>22.5.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F_w = \frac{20 + j\omega 100}{20 - 2\omega^2 + j\omega 101}$	$F_z = \frac{10j\omega}{20 - 2\omega^2 + j\omega 101}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = 0$	$\Delta x = 0$	

Beispiel 10-4: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{5}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega} \quad F_R = 2$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Wie groß ist die Dämpfung D beim Führungsverhalten und ist das System stabil?

Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprunghörmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 1$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprunghörmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 1$.

$$\bar{I}_N = \frac{F_R \cdot \bar{F}_S}{1 + F_R \cdot \bar{F}_S} = \frac{10}{1 + \frac{10}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega}} = \frac{10}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega} = \frac{10/M}{1 - \frac{4\omega^2}{M} + \frac{5j\omega}{M}}$$

$F_w(\omega \rightarrow \infty) = \frac{10}{M} \Rightarrow$ nicht stationärgenau, bleibende Regelabweichung!!

$\Delta X = F_w(\omega \rightarrow \infty) \cdot \Delta W = \frac{10}{M} \cdot 1 = \frac{10}{M}$

$D = \frac{T_1}{2T_2} = \frac{50/M}{2 \cdot \sqrt{40/M}} = \frac{50}{22 \cdot \sqrt{40}}$

$e_b = \Delta W - \Delta X = 1 - \frac{10}{M} = \frac{1}{M}$

$$\bar{F}_z = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{5}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega}}{1 + \frac{10}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega}} = \frac{5}{1 - 4\omega^2 + 5j\omega} = \frac{5/M}{1 - \frac{4\omega^2}{M} + \frac{5j\omega}{M}}$$

$\bar{F}_z(\omega \rightarrow \infty) = \frac{5}{M} \Rightarrow$ nicht stationärgenau

$\Delta X = \bar{F}_z \cdot \Delta z = \frac{5}{M} \cdot 1 = \frac{5}{M}$

$\varphi = \varphi_R + \varphi_S + 180^\circ = 0^\circ + (0 \rightarrow -180^\circ) + 180^\circ \Rightarrow (180^\circ - 180^\circ) \checkmark$ stabil

Name: <u>KUBINGOR</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>23.4.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F_w = \frac{10/M}{1 - \frac{4\omega^2}{M} + j\omega \frac{5}{M}}$	$F_z = \frac{5/M}{1 - \frac{4\omega^2}{M} + \frac{5j\omega}{M}}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = \frac{1}{M}$	$\Delta x = \frac{5}{M}$	$D = \frac{5}{22 \cdot \sqrt{40}}$

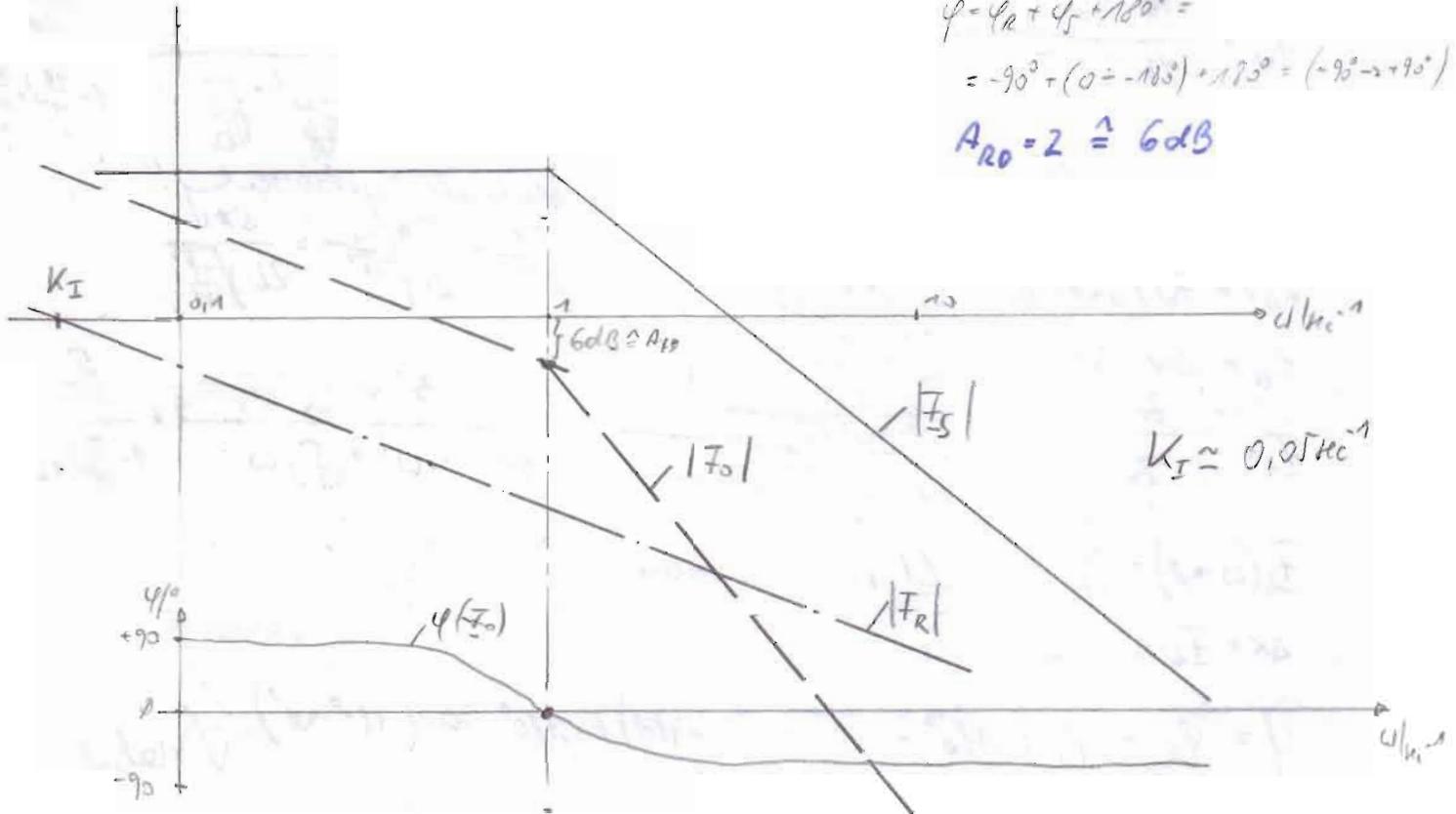
Beispiel 10-5: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{10}{1 - \omega^2 + 2j\omega} \quad F_R = \frac{K_I}{j\omega} = \frac{0,05}{j\omega}$$

Handwritten notes: $\omega_E = \frac{1}{T_E} = 1 \text{ sec}^{-1}$ (with arrows pointing to ω^2 and $2j\omega$ in the denominator of F_S)

Bitte dimensionieren Sie das K_I des Reglers für einen Amplitudenrand von $A_{RD} = 2$ und berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion.

Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 2$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 2$.



Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>25.4.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{1}{1 + j\omega(2 - 2\omega^2) - 4\omega^2}$	$F_z = \frac{10j\omega}{0,5 + j\omega(1 - \omega^2) - 4\omega^2}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = \emptyset$	$\Delta x = \emptyset$	$D = \emptyset$

überstell zu Krippe 10-5: KUBINGER, Bl.-Nr.

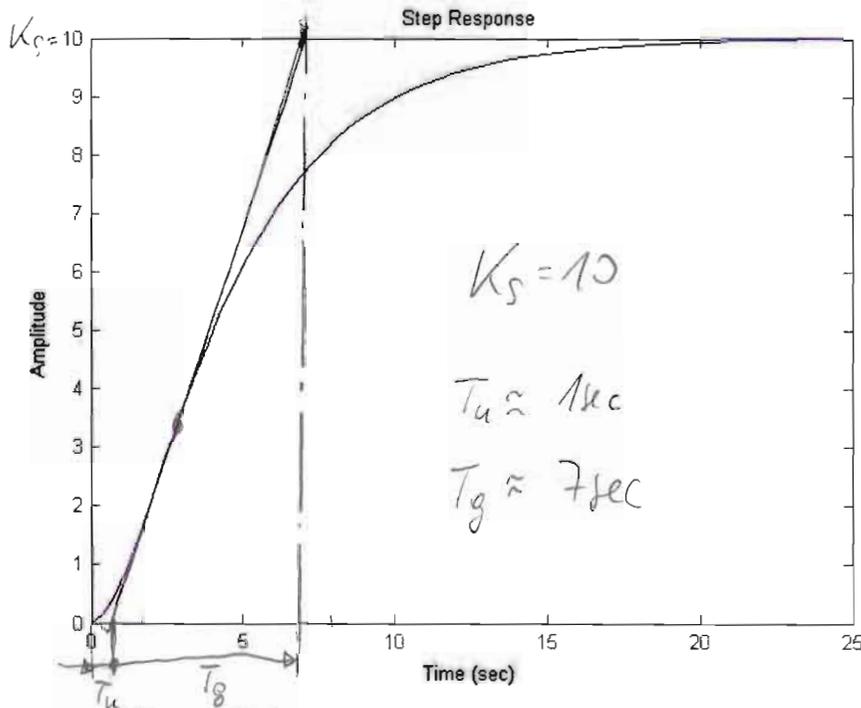
$$\begin{aligned} \bar{F}_w &= \frac{\bar{F}_x \cdot \bar{F}_s}{1 + \bar{F}_x \cdot \bar{F}_s} = \frac{\frac{0,05}{j\omega} \cdot \frac{10}{(1-\omega^2+j\omega)}}{1 + \frac{0,05}{j\omega} \cdot \frac{10}{(1-\omega^2+2j\omega)}} = \frac{0,5}{0,5 + j\omega(1-\omega^2+2j\omega)} \\ &= \frac{1}{1 + 2j\omega(1-\omega^2+2j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega(2 - 2\omega^2) - 4\omega^2} \end{aligned}$$

$\bar{F}_w(\omega \rightarrow \infty) = 1 \Rightarrow$ Stehweite an d.l. $e_b = \emptyset$

$$\begin{aligned} \bar{F}_z &= \frac{\bar{F}_s}{1 + \bar{F}_x \cdot \bar{F}_s} = \frac{\frac{10}{(1-\omega^2+2j\omega)}}{1 + \frac{0,05}{j\omega} \cdot \frac{10}{(1-\omega^2+2j\omega)}} = \\ &= \frac{10j\omega}{j\omega(1-\omega^2+2j\omega) + 0,5} = \frac{10j\omega}{0,5 + j\omega(1-\omega^2) - 4\omega^2} \end{aligned}$$

$\bar{F}_z(\omega \rightarrow \infty) = \emptyset \Rightarrow$ Stehweite, d.l. $\Delta X = \emptyset$

Beispiel 10-6: Sie kennen von einer Strecke die Sprungantwort gemäß der folgenden Abbildung



Bitte dimensionieren Sie gemäß der Einstellregeln von CHR (siehe Beiblatt Einstellregeln) einen PID-Regler, dessen Führungsverhalten einen aperiodischen Regelvorgang und kürzeste Dauer aufweist sowie einen PI-Regler, dessen Störverhalten ein 20% Überschwingen mit kleinster Schwingungsdauer aufweist.

PID-Regler

$$K_p = 0,6 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S} = 0,6 \cdot \frac{7 \text{ sec}}{1 \text{ sec} \cdot 10} = \frac{4,2}{10} = 0,42$$

$$T_n = T_g = 7 \text{ sec}$$

$$T_v = 0,5 \cdot T_u = 0,5 \text{ sec}$$

PI-Regler:

$$K_p = 0,7 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S} = 0,7 \cdot \frac{7 \text{ sec}}{1 \text{ sec} \cdot 10} = 0,49$$

$$T_n = 2,3 \cdot T_u =$$

$$= \cancel{4,6 \text{ sec}} \quad 2,3 \text{ sec}$$

→ *CHR-4*

Name: <i>KUBINGER</i>	Personenkennzahl:	Datum: <i>22.4.07</i>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <i>0</i>
PID-Regler: K _p = <i>0,42</i> T _n = <i>7 sec</i> T _v = <i>0,5 sec</i>	PI-Regler: K _p = <i>0,49</i> T _n = <i>2,3 sec</i>	

+1

Beispiel 10-7: Die Parameter eines PID-Reglers sind auf die folgenden Werte eingestellt.

$$K_p = 5 \quad T_n = \infty \quad T_v = 0$$

Der Regelkreis führt damit Dauerschwingungen mit einer Periodendauer von 2 Sekunden aus. Nach welchem Einstellkriterium lassen sich geeignete Parameter berechnen? Bitte berechnen Sie (siehe Beiblatt Einstellregeln) die Parameter für einen P-, einen PI- und einen PID-Regler.

Einstellkriterium nach Ziegler & Nichols

$$K_{RKR} = 5$$

$$T_{KR} = 2 \text{ sec}$$

Siehe Tabelle für PID-Regler:

$$K_R = 0,6 \cdot K_{RKR} = 0,6 \cdot 5 = 3$$

$$T_n = 0,5 \cdot T_{KR} = 1 \text{ sec}$$

$$T_v = 0,125 \cdot T_{KR} = 0,25 \text{ sec}$$

- a - PI-Regler:

$$K_R = 0,45 \cdot K_{RKR} = 2,25$$

$$T_n = 0,83 \cdot T_{KR} = 1,66 \text{ sec}$$

- a - P-Regler:

$$K_R = 0,5 \cdot K_{RKR} = 2,5$$

Name: <u>KUGINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>23.4.07</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
PID-Regler: Kp= <u>3</u> Tn= <u>1 sec</u> Tv= <u>0,25 sec</u>	PI-Regler: Kp= <u>2,25</u> Tn= <u>1,66 sec</u>	P-Regler: Kp= <u>2,5</u>

Beispiel 10-8: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{1}{2j\omega} \quad F_R = 10 + \frac{1}{5j\omega} = \frac{1+50j\omega}{5j\omega}$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Wie groß ist die Dämpfung D beim Führungsverhalten und ist das System stabil?

Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = 3$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = 2$.

$$F_N = \frac{F_R \cdot F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{1+50j\omega}{5j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}}{1 + \frac{1+50j\omega}{5j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}} = \frac{1+50j\omega}{1-10\omega^2+50j\omega}$$

\uparrow T_2^2 \uparrow T_1

$$D = \frac{T_1}{2T_2} = \frac{50}{2\sqrt{10}}$$

$F_N(\omega \rightarrow \infty) = 1 \Rightarrow$ stationäres Verhalten, d.h. $e_b = 0$

$$F_d = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{1}{2j\omega}}{1 + \frac{(1+50j\omega)}{5j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}} = \frac{5j\omega}{1-10\omega^2+50j\omega}$$

$F_z(\omega \rightarrow \infty) = 0 \Rightarrow$ d.h., stationäres Verhalten, $\Delta x = 0$

$$\varphi = \varphi_R + \varphi_S + 180^\circ = (-90^\circ \rightarrow 0^\circ) - 90^\circ + 180^\circ = (0^\circ \rightarrow 90^\circ) \quad \checkmark \text{ stabil}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>23.9.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{1+50j\omega}{1-10\omega^2+50j\omega}$	$F_z = \frac{5j\omega}{1-10\omega^2+50j\omega}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = \emptyset$	$\Delta x = \emptyset$	$D = \frac{50}{2\sqrt{10}}$

Beispiel 10-9: Gegeben sind die folgende Strecke F_S und der folgende Regler F_R

$$F_S = \frac{1}{2j\omega \cdot (1 + j\omega)} \quad F_R = 10 \cdot (1 + j\omega)$$

Bitte berechnen Sie die Führungs- und die Störübertragungsfunktion. Ist das System stabil?
 Bitte bestimmen Sie weiters die bleibende Regeldifferenz e_b bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße von $\Delta w = -1$ sowie den Beharrungswert der Regelgröße bei einer sprungförmigen Änderung der Störgröße von $\Delta z = -0,5$.

$$\underline{T}_W = \frac{\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S} = \frac{10 \cdot (1 + j\omega)}{2j\omega(1 + j\omega)(1 + \frac{10(1 + j\omega)}{2j\omega(1 + j\omega)})} = \frac{10}{10 + 2j\omega} = \frac{1}{1 + \frac{2}{10}j\omega}$$

$$\underline{T}_W(\omega \rightarrow \infty) = 1 \Rightarrow \text{Stabilitätsgrenze, d.h. } e_b = 0$$

$$\underline{T}_Z = \frac{\underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S} = \frac{\frac{1}{2j\omega(1 + j\omega)}}{1 + \frac{10(1 + j\omega)}{2j\omega(1 + j\omega)}} = \frac{2j\omega}{2j\omega(1 + j\omega)(10 + 2j\omega)}$$

$$= \frac{1}{10 + j10\omega + 2j\omega - 2\omega^2} = \frac{1}{10 - 2\omega^2 + j12\omega} = \frac{1/10}{1 - \frac{2}{10}\omega^2 + \frac{j12}{10}\omega}$$

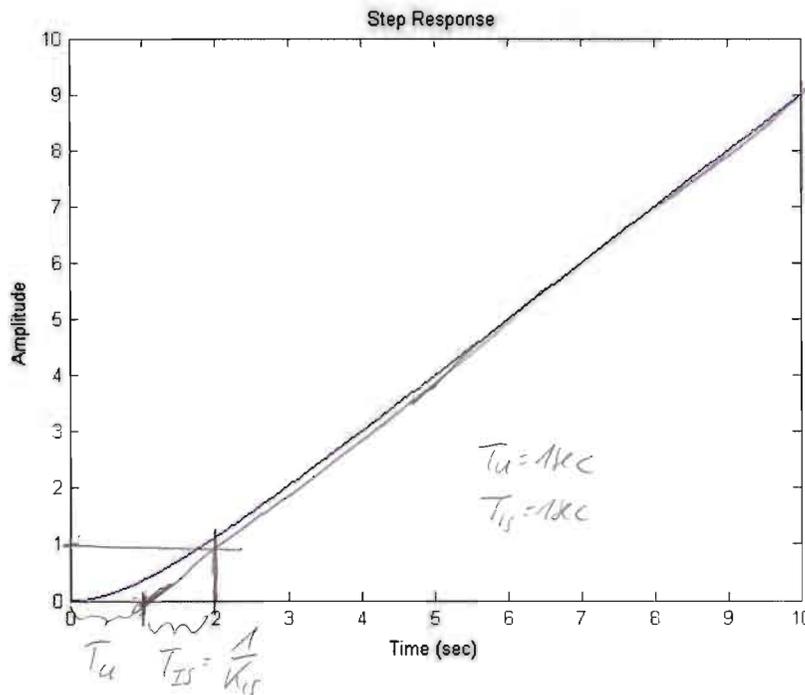
$$\underline{T}_Z(\omega \rightarrow \infty) = 1/10 \Rightarrow \Delta x = \underline{T}_Z(\omega \rightarrow \infty) \cdot \Delta w = \frac{1}{10} \cdot (-0,5) = -0,05$$

$$\varphi = \varphi_R + \varphi_S + 180^\circ = (0^\circ \rightarrow 90^\circ) + (0^\circ \rightarrow 90^\circ - 90^\circ \rightarrow -180^\circ) + 180^\circ = +90^\circ$$

$\Rightarrow \checkmark$ stabil

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>23.4.69</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$F_w = \frac{1}{1 + \frac{2}{10}j\omega}$	$F_z = \frac{1/10}{1 - \frac{2}{10}\omega^2 + \frac{j12}{10}\omega}$	Stabil = J/N? <u>JA</u>
$e_b = \emptyset$	$\Delta x = -0,05$	

Beispiel 10-10: Sie kennen von einer I-T₁-Strecke die Sprungantwort gemäß der folgenden Abbildung



Bitte dimensionieren Sie gemäß der Einstellregeln von CHR (siehe Beiblatt Einstellregeln) einen PID-Regler, dessen Führungsverhalten einen aperiodischen Regelvorgang aufweist sowie einen PI-Regler, dessen Störverhalten ein Überschwingen aufweist.

PID-Regler:

$$K_R = 1,67 \cdot \frac{1}{K_{1/2} \cdot T_{uS}} = 1,67$$

$$T_n = 4,2 \cdot T_S = 4,2 \text{ sec}$$

$$T_v = 0,85 \cdot T_S = 0,85 \text{ sec}$$

PI-Regler:

$$K_R = \frac{1}{K_{1/2} \cdot T_S} = 1,3$$

$$T_n = 2,6 \cdot T_S = 2,6 \text{ sec}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>23.9.09</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
PID-Regler: Kp= <u>1,67</u> Tn= <u>4,2 sec</u> Tv= <u>0,85 sec</u>	PI-Regler: Kp= <u>1,3</u> Tn= <u>2,6</u>	

+1

Beiblatt: Einstellregeln

Reglertyp	Aperiodischer Regelvorgang mit kürzester Dauer		20% Überschwingen mit kleinster Schwingungsdauer	
	Führung	Störung	Führung	Störung
P-Regler	K_p	$0,3 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	$0,7 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	
PI-Regler	K_p	$0,35 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	$0,6 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	$0,7 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$
	T_n	$1,2 \cdot T_R$	$1 \cdot T_R$	$2,3 \cdot T_u$
PID-Regler	K_p	$0,6 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	$0,95 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$	$1,2 \cdot \frac{T_R}{T_u \cdot K_S}$
	T_n	$1 \cdot T_R$	$1,35 \cdot T_R$	$2 \cdot T_u$
	T_v	$0,5 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$

Tabelle 1: Einstellregeln nach CHR für die Regelung einer P-T_n-Strecke

P-Regler: $K_R = 0,5 \cdot K_{RKr}$

PD-Regler: $K_R = 0,8 \cdot K_{RKr}$

$T_v = 0,12 \cdot T_{Kr}$

PI-Regler: $K_R = 0,45 \cdot K_{RKr}$

$T_n = 0,83 \cdot T_{Kr}$

PID-Regler: $K_R = 0,6 \cdot K_{RKr}$

$T_n = 0,5 \cdot T_{Kr}$

$T_v = 0,125 \cdot T_{Kr}$

Tabelle 2: Einstellregeln nach Ziegler und Nichols

Reglertyp	mit Schwingungen		ohne Schwingungen		
	Führung	Störung	Führung	Störung	
P	K_R	$1,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$0,48 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,05 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
PI	K_R	$1,8 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,3 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$0,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$0,85 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
	T_n	$4,5 \cdot T_S$	$2,6 \cdot T_S$	$16 \cdot T_S$	$4,1 \cdot T_S$
PID	K_R	$8 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$11,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,67 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$8,1 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
	T_n	$4,2 \cdot T_S$	$0,72 \cdot T_S$	$4,2 \cdot T_S$	$1,1 \cdot T_S$
	T_v	$0,85 \cdot T_S$	$0,18 \cdot T_S$	$0,85 \cdot T_S$	$0,28 \cdot T_S$

* Für P-Regler regelt Störungen nicht aus, er erzeugt eine bleibende Regeldifferenz!

Tabelle 3: Einstellregeln nach CHR für die Regelung einer I-T₁-Strecke

Mess- und Regelungstechnik

Studieneinheit 12

Rechenübungen zum Thema

Sonderregler

Dr. Wilfried Kubinger
SS 2009

✓ 8.5, 2009, WK

Beispiel 12-1: Ein Heizwiderstand erreicht bei einer ständig anstehenden konstanten Spannung 20 Minuten nach dem Einschalten die Endtemperatur von 200° Celsius. Er zeigt als Sprungantwort ein T_1 -Verhalten.

Dieser Heizwiderstand soll mit einem Bimetall-Temperaturregler mit einem Leistungsüberschuss von 100% geregelt werden. Der Regler hat eine Schalthysterese von 20°C.

Bitte berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Temperatur.

Hinweis: Sie können bei einem T_1 -Glied davon ausgehen, dass nach einer Zeit von fünf Zeitkonstanten der stationäre Endwert erreicht ist.



$$u_L = \left(\frac{x_{\text{max}}}{W} - 1 \right) \cdot 100\% = 100\%$$

$$\Rightarrow \frac{x_{\text{max}}}{W} - 1 = 1 \quad \Rightarrow W = \frac{x_{\text{max}}}{2} = \frac{200^\circ}{2} = 100^\circ$$



$$x_{\text{sd}} = 20^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow x_{\text{ob}} = W + \frac{x_{\text{sd}}}{2} = 110^\circ$$

$$x_{\text{un}} = W - \frac{x_{\text{sd}}}{2} = 90^\circ$$

$$T_H = 2 \cdot T_1 \cdot \frac{x_{\text{sd}}}{W} = 2 \cdot T_1 \cdot \frac{20^\circ}{100^\circ} = 4 \cdot T_1 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ min}$$

Name: <u>KUBINER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.1.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>2</u>
Schwingungsdauer $T = 1,6 \text{ min}$	$w = 100^\circ$	
$x_{\text{ob}} = 110^\circ$	$x_{\text{un}} = 90^\circ$	

Beispiel 12-2: Die Auswertung der Sprungantwort einer Temperatur-Regelstrecke ergibt die folgenden Werte:

$$T_u = 30s \quad T_g = 15\text{min} \quad x_{\max} = 1500^\circ\text{C}$$

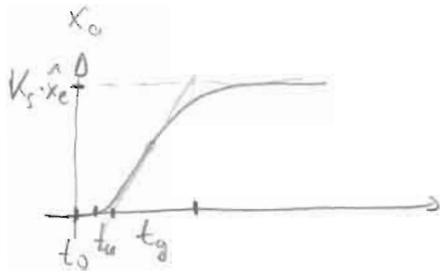
Ein Zweipunktregler mit einer Schaltdifferenz von 10°C soll die Temperatur auf 750°C halten. Bitte berechnen Sie die Schwankungsbreite Δx und die Schwingungsdauer T .

$$\Delta x = x_{\text{sd}} + x_{\max} \cdot \frac{T_u}{T_g} = 10^\circ + 1500^\circ\text{C} \cdot \frac{0,5\text{min}}{15\text{min}} = 10^\circ + \frac{1500^\circ}{30} = 60^\circ$$

$$T = \frac{T_u + \frac{x_{\text{sd}}}{x_{\max}} \cdot (T_g - T_u)}{\left(\frac{1}{2} - \frac{x_{\text{sd}}}{2x_{\max}}\right)^2} = \frac{30s + \frac{10^\circ}{1500^\circ} \cdot (15\text{min} - 0,5\text{min})}{\left(\frac{1}{2} - \frac{10^\circ}{2 \cdot 1500^\circ}\right)^2} =$$

$$= \frac{30s + 5,8s}{0,247} \approx 145,13s$$

Name: <u>KUBINGOR</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.1.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$\Delta x = 60^\circ$	$T = 145,13s$	



Beispiel 12-3: Die Temperatur eines Heizwiderstandes soll mit einem digitalen PID-Regler geregelt werden. Die Auswertung der Sprungantwort der Strecke bei einer Anregung mit der maximalen Heizleistung ergibt als Zeitkonstanten:

$$T_u = 20s \quad T_g = 6min$$

Die maximal erreichte Temperatur beträgt 130°C, gemessen wurde bei einer Raumtemperatur von 20°C.

Der Regler hat als Ausgangssignal eine Stromschnittstelle, die einen stetigen Strom von 0 bis 20mA ausgeben kann. Dieser Strom wird in der Strecke in eine Spannung umgewandelt, diese wird verstärkt und bestimmt die Heizleistung.

Der Messbereich des Reglers ist auf 100°C eingestellt. In dem Regler sind die folgenden Werte für den P-, den I- und den D-Anteil gespeichert.

$$X_p / \% = 0,5; 1; 2; 2,5; 3; 5; 10; 20 \text{ (in \% vom Messbereich)}$$

$$T_n / s = 25; 100; 200; 350; 600; 1000$$

$$T_v / s = 5; 10; 25; 50; 100; 200$$

Bitte bestimmen Sie nach dem Verfahren von CHR (Tabellen siehe Anhang) die für Störung optimalen Regelparameter für einen aperiodischen Verlauf der Regelgröße.

• K_s aus der Sprungantwort

$$K_s = \frac{\Delta x}{y_{max}} = \frac{130^\circ C - 20^\circ C}{20mA} = \frac{110^\circ C}{20mA} = 5,5^\circ C / mA$$

• Dimensionierung des PID-Reglers nach CHR

$$1) K_p = 0,95 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_s} = 0,95 \cdot \frac{6min}{20ms \cdot 5,5^\circ C / mA} \approx 3,11 mA / ^\circ C$$

$$X_p = \frac{1}{K_p} \cdot y_{max} = \frac{1}{3,11 mA} \cdot 20mA \approx 6,43^\circ C$$

$$X_p / \% = \frac{X_p}{X_{max}} \cdot 100\% = \frac{6,43^\circ C}{100^\circ C} \cdot 100\% \approx 6,43\%$$

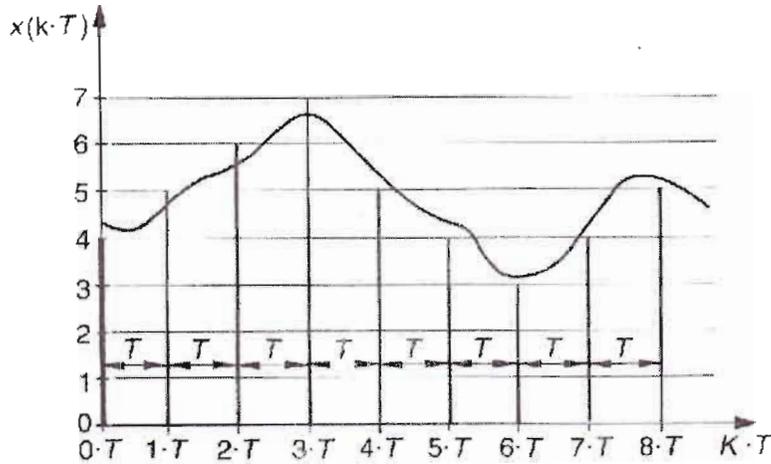
$X_p = 5\%$
er
(näherste Wert)

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.5.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$K_s = 5,5^\circ C / mA$	$K_p = 3,11 mA / ^\circ C$	
$X_p = 5\%$	$T_n = 25ms$	$T_v = 10ms$

$$2) T_n = 2,4 \cdot T_u = 2,4 \cdot 20 \text{ Кс} = 48 \text{ Кс} \quad \Rightarrow T_n = \overset{25}{\cancel{48}} \text{ Кс}$$

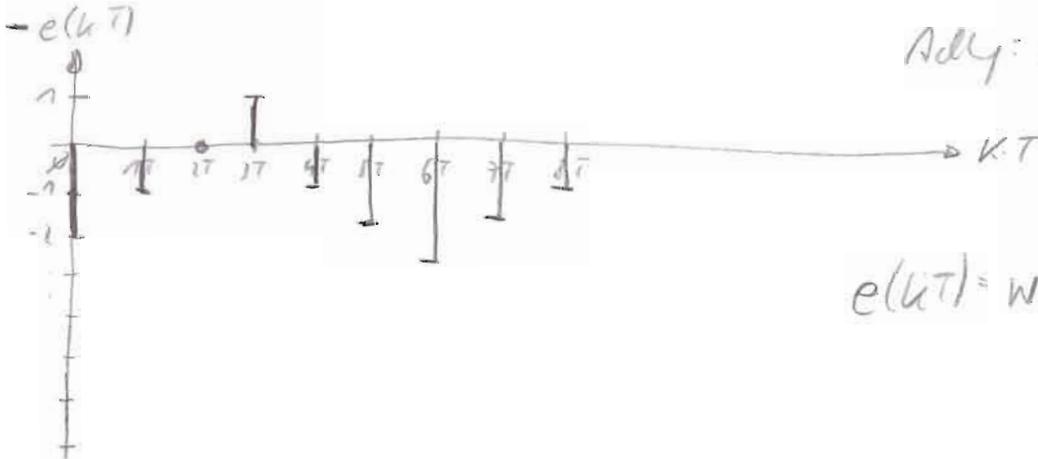
$$3) T_v = 0,42 \cdot T_u = 0,42 \cdot 20 \text{ Кс} = 8,4 \text{ Кс} \quad \Rightarrow T_v = 10 \text{ Кс}$$

Beispiel 12-4: Gegeben sei die folgende digitalisierte Regelgröße x .



Bitte schreiben Sie die Werte der diskreten Folge $x(kT)$ an. Zeichnen Sie weiters die Regeldifferenz $e(kT)$, wenn als Führungsgröße $w_0=6$ eingestellt wird.

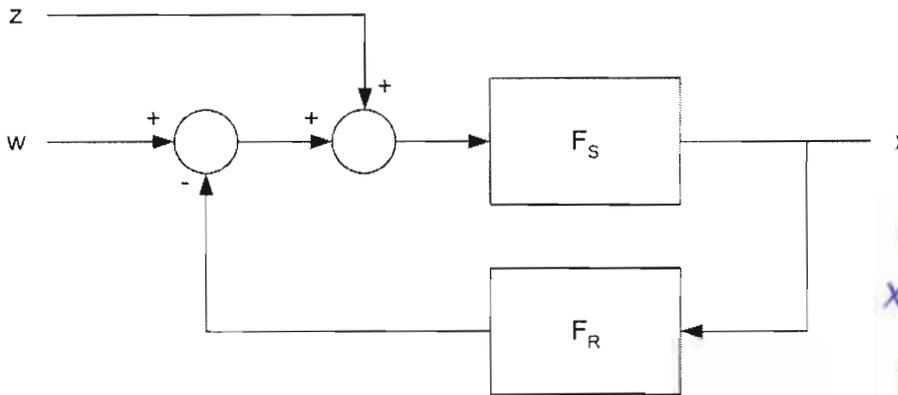
$$x(kT) = [4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 5 \ 4 \ 3 \ 4 \ 5 \ \dots]$$



$$e(kT) = w - x(kT)$$

Name: <u>KUSINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.5.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>0</u>
$x(kT) = [4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 5 \ 4 \ 3 \ 4 \ 5 \ \dots]$		

Beispiel 12-5: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



$$X = F_S \cdot W - X \cdot F_R \cdot F_S$$

$$X \cdot (1 + F_R \cdot F_S) = F_S \cdot W$$

$$\frac{X}{W} = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S}$$

Übertragungsfunktionen: $F_S = \frac{1}{1+3j\omega}$ $F_R = 3 + \frac{2}{j\omega} = \frac{2+3j\omega}{j\omega}$

$$F_w = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{\frac{1}{1+3j\omega}}{1 + \frac{2+3j\omega}{j\omega} \cdot \frac{1}{1+3j\omega}} = \frac{j\omega}{j\omega \cdot (1+3j\omega) + 2+3j\omega}$$

$$= \frac{j\omega}{2 + 4j\omega - 3\omega^2}$$

$F_w(0) = 0 \Rightarrow e_b = W - X = W$
 \Rightarrow nicht stationär genau!
 $F_z(W=0) = 0 \Rightarrow$ lang und ausgeglt!

$$F_z = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = F_w = \frac{j\omega}{2 + 4j\omega - 3\omega^2}$$

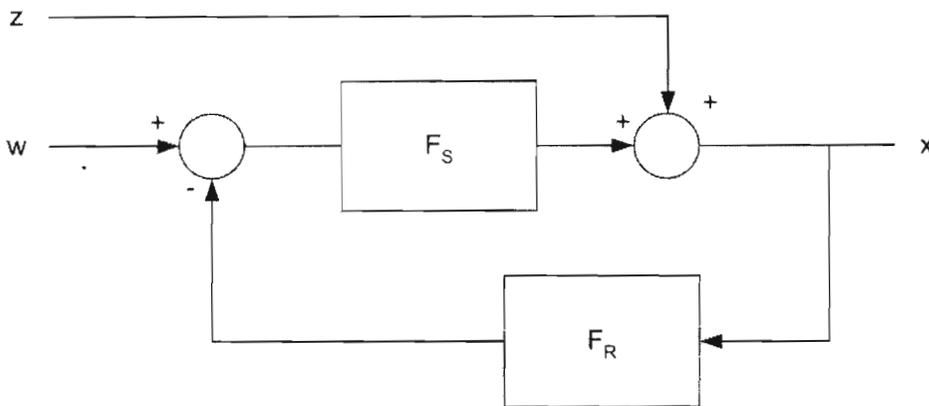
Stabilität: Polynom $3s^2 + 4s + 2 = 0$
 $\Rightarrow s^2 + \frac{4}{3}s + \frac{2}{3} = 0$

$$s_{1,2} = -\frac{4}{6} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{6}\right)^2 - \frac{2}{3}} = -\frac{4}{6} \pm \sqrt{\frac{16}{36} - \frac{24}{36}}$$

Name: <u>KUBINSER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.7.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>8</u>
$F_w = \frac{j\omega}{2+4j\omega-3\omega^2}$	$F_z = \frac{j\omega}{2+4j\omega-3\omega^2}$	
Stabil J/N? <u>JA</u>	$e_b = W$	Störungen vollständig ausgegelt? <u>JA</u>

$j\sqrt{\frac{2}{3}}$
 $\Re(s_1) < 0$
 $\Re(s_2) < 0$
 \Rightarrow stabil

Beispiel 12-6: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



Übertragungsfunktionen: $F_S = \frac{1}{1+3j\omega}$ $F_R = 3 + \frac{2}{j\omega}$

$$F_w = \frac{F_S}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{j\omega}{2 + 4j\omega - 3\omega^2}$$

$F_w(\omega=0) = \emptyset \Rightarrow$ nicht statisch, $e_b = w$

$$F_z = \frac{1}{1 + F_R \cdot F_S} = \frac{1}{1 + \frac{1}{(1+3j\omega)} \cdot \frac{2+3j\omega}{j\omega}} = \frac{j\omega(1+3j\omega)}{2+3j\omega + j\omega(1+3j\omega)}$$

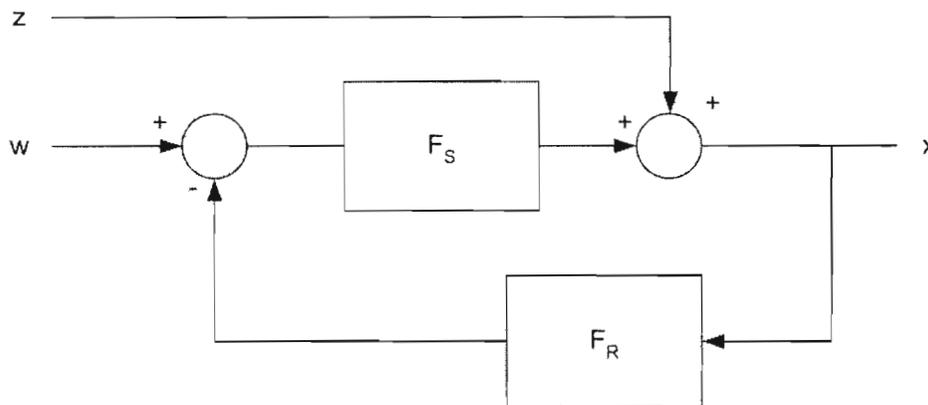
$$= \frac{j\omega - 3\omega^2}{2+4j\omega - 3\omega^2}$$

$F_z(\omega=0) = \emptyset \Rightarrow$ Störungen werden ausgegelt

Spezialfall, siehe Beispiel 12-5

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>6.1.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u> </u>
$F_w = \frac{j\omega}{2+4j\omega-3\omega^2}$	$F_z = \frac{j\omega-3\omega^2}{2+4j\omega-3\omega^2}$	
Stabil J/N? <u>JA</u>	$e_b = w$	Störungen vollständig ausgegelt? <u>JA</u>

Beispiel 12-7: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



Übertragungsfunktionen: $F_S = \frac{1}{1-2j\omega}$ $F_R = \frac{1}{j\omega}$

$$F_w = \frac{F_S}{1 + F_S \cdot F_R} = \frac{\frac{1}{1-2j\omega}}{1 + \frac{1}{1-2j\omega} \cdot \frac{1}{j\omega}} = \frac{j\omega}{(1-2j\omega)j\omega + 1} = \frac{j\omega}{1+j\omega+2\omega^2}$$

$$F_z = \frac{1}{1 + F_S \cdot F_R} = \frac{1}{1+j\omega+2\omega^2}$$

Stabilität: Nach $1+j\omega+2\omega^2 \Big|_{s=j\omega} \Rightarrow 1+s-2s^2$

$$\Rightarrow 1+s-2s^2 = 0$$

$$s^2 - \frac{1}{2}s - \frac{1}{2} = 0$$

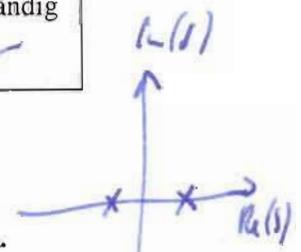
$$s_{1,2} = +\frac{1}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}} = +\frac{1}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16} + \frac{1}{2}}$$

$$s_{1,2} = +\frac{1}{4} \pm \frac{3}{4} \Rightarrow s_1 = 1, s_2 = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>8.5.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>4</u>
$F_w = \frac{j\omega}{1+j\omega+2\omega^2}$	$F_z = \frac{1}{1+j\omega+2\omega^2}$	
Stabil J/N? <u>NEIN</u>	$e_b =$ <u> / </u>	Störungen vollständig ausgegelt? <u> / </u>

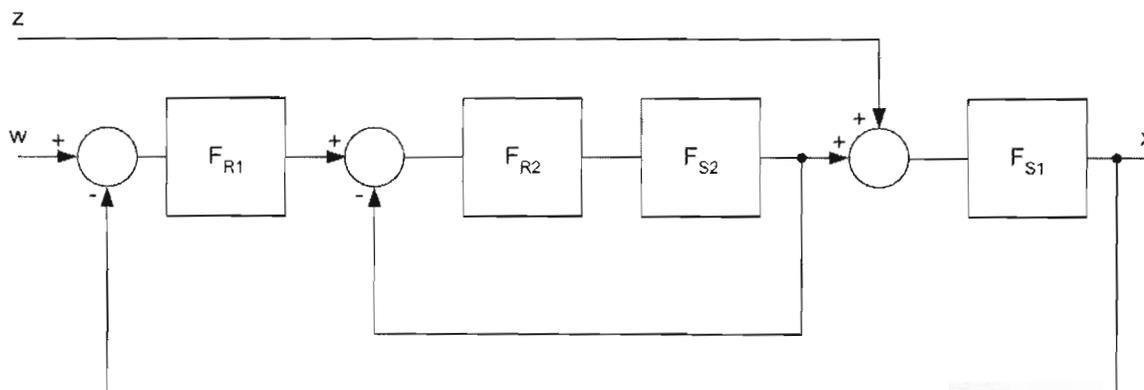
INSTABIL



Sowohl die Führungs- als auch die Störübertragungsfunktion sind instabil, d.h. sowohl bei Sprüngen der Führungsgröße als auch wenn Störungen auftreten.

$$(s-1)(s+\frac{1}{2}) = s^2 - s + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2} = s^2 - \frac{1}{2}s - \frac{1}{2} \checkmark$$

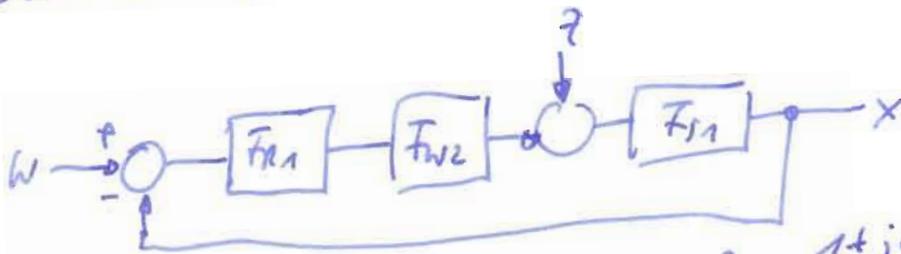
Beispiel 12-8: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



Übertragungsfunktionen: $F_{S1} = \frac{1}{1+3j\omega}$, $F_{R1} = \frac{2}{j\omega}$, $F_{S2} = \frac{1}{1+2j\omega}$, $F_{R2} = 1 + \frac{1}{j\omega} = \frac{1+j\omega}{j\omega}$

$$F_w = \frac{F_{R2} \cdot F_{S2}}{1 + F_{R1} \cdot F_{S2}} = \frac{\frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega}{j\omega}}{1 + \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega}{j\omega}} = \frac{1+j\omega}{1+j\omega-\omega^2}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>8.5.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{2+2j\omega}{2+3j\omega-4\omega^2-4j\omega^3+3j\omega^4}$	$F_z = \frac{j\omega-\omega^2-j\omega^3}{2+3j\omega-4\omega^2-4j\omega^3+3j\omega^4}$	
Stabil J/N? <u>INSTABIL</u>	$e_b =$ <u>/</u>	Störungen vollständig ausgegelt? <u>/</u>



$$\underline{T_{WA}} = \frac{\underline{F_{T1}} \cdot \underline{F_{T2}} \cdot \underline{F_{S1}}}{1 + \underline{F_{T1}} \cdot \underline{F_{T2}} \cdot \underline{F_{S1}}} = \frac{\frac{2}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega}{1+j\omega-\omega^2} \cdot \frac{1}{1+3j\omega}}{1 + \dots}$$

$$= \frac{2 + 2j\omega}{2 + 2j\omega + j\omega(1+j\omega-\omega^2)(1+3j\omega)}$$

$$= \frac{2 + 2j\omega}{2 + 2j\omega + j\omega(1+j\omega-\omega^2 + 3j\omega - 3\omega^2 - 3j\omega^3)}$$

$$= \frac{2 + 2j\omega}{2 + 2j\omega + j\omega - \omega^2 - j\omega^3 - 3\omega^2 - 3j\omega^3 + 3j\omega^4}$$

$$\underline{T_2} = \frac{\underline{F_{S1}}}{1 + \underline{F_{T1}} \cdot \underline{F_{T2}} \cdot \underline{F_{S1}}} = \frac{\frac{1}{1+3j\omega} \cdot \frac{j\omega(1+j\omega-\omega^2)}{j\omega(1+j\omega-\omega^2)}}{1 + \frac{2}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega}{1+j\omega-\omega^2} \cdot \frac{1}{1+3j\omega}}$$

$$= \frac{j\omega(1+j\omega-\omega^2)}{2 + 3j\omega - 4\omega^2 - 4j\omega^3 + 3j\omega^4} = \frac{j\omega - \omega^2 - j\omega^3}{2 + 3j\omega - 4\omega^2 - 4j\omega^3 + 3j\omega^4}$$

Stabilität: $j\omega \rightarrow s$

$$2 + 3s + 4s^2 + 4s^3 + 3s^4 = 0$$

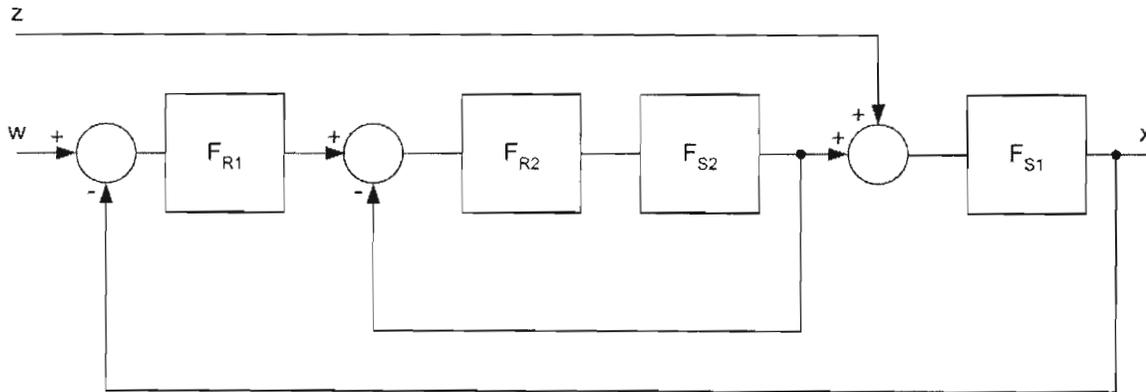
\Rightarrow INSTABIL

Mat Rader \Rightarrow $s_1 = -0,7656 + j0,5315$

z.B. $s_2 = -0,7656 - j0,5315$

MATLAB $s_3 = +0,0990 + j0,8694$

Beispiel 12-9: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



Übertragungsfunktionen: $F_{S1} = \frac{1}{2j\omega}$, $F_{R1} = 3 + \frac{2}{j\omega}$, $F_{S2} = \frac{1}{1+j\omega}$, $F_{R2} = 0,25$

$$F_w = \frac{F_{R1} \cdot F_{R2}}{1 + F_{R1} \cdot F_{R2}} = \frac{0,25}{1 + \frac{0,25}{1+j\omega}} = \frac{0,25}{0,25 + 1 + j\omega} = \frac{0,25}{1,25 + j\omega}$$

$$F_w = F_w(\omega=0) = 1 \Rightarrow e_b = w - x = 0$$

\Rightarrow Stationärgewinn! ✓

$$F_z = F_{S1}(\omega=0) = 0 \Rightarrow \text{Störgrößen werden vollständig ausgegelt. ✓}$$

Name: <u>KUBINGER</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>2.5.2019</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{0,25 + 0,25j\omega}{0,25 + 0,25j\omega - 1,1\omega^2 - 2j\omega}$	$F_z = \frac{1,25j\omega - \omega^2}{0,25 + 0,25j\omega - 1,1\omega^2 - 2j\omega}$	
Stabil J/N? <u>Stabil</u>	$e_b = 0$	Störungen vollständig ausgegelt? <u>JA</u>

$$\underline{T}_{w1} = \frac{\underline{F}_{n1} \cdot \underline{F}_{w2} \cdot \underline{F}_{s1}}{1 + \underline{F}_{n1} \cdot \underline{F}_{w2} \cdot \underline{F}_{s1}} =$$

Skizze siehe 12-8

$$= \frac{\frac{2+3j\omega}{j\omega} \cdot \frac{0,25}{1,15+j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}}{1 + \frac{2+3j\omega}{j\omega} \cdot \frac{0,25}{1,15+j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}} = \frac{0,25 \cdot (2+3j\omega)}{0,25 \cdot (2+3j\omega) + j\omega \cdot 2} \cdot (1,15+j\omega)$$

$$= \frac{0,5 + 0,75j\omega}{0,5 + 0,75j\omega - 2\omega^2(1,15+j\omega)} = \frac{0,5 + 0,75j\omega}{0,5 + 0,75j\omega - 2,5\omega^2 - 2j\omega^3}$$

$$\underline{T}_{z1} = \frac{\underline{F}_{r1}}{1 + \underline{F}_{n1} \cdot \underline{F}_{w2} \cdot \underline{F}_{s1}} = \frac{\frac{1}{2j\omega} \cdot \frac{j\omega(1,15+j\omega)}{j\omega(1,15+j\omega)}}{1 + \frac{2+3j\omega}{j\omega} \cdot \frac{0,25}{1,15+j\omega} \cdot \frac{1}{2j\omega}} =$$

$$= \frac{1,15j\omega - \omega^2}{0,5 + 0,75j\omega - 2,5\omega^2 - 2j\omega^3}$$

Stabilität ($\omega \rightarrow s$)

$$0,5 + 0,75s + 2,5s^2 + 2s^3 = 0$$

Matkoden

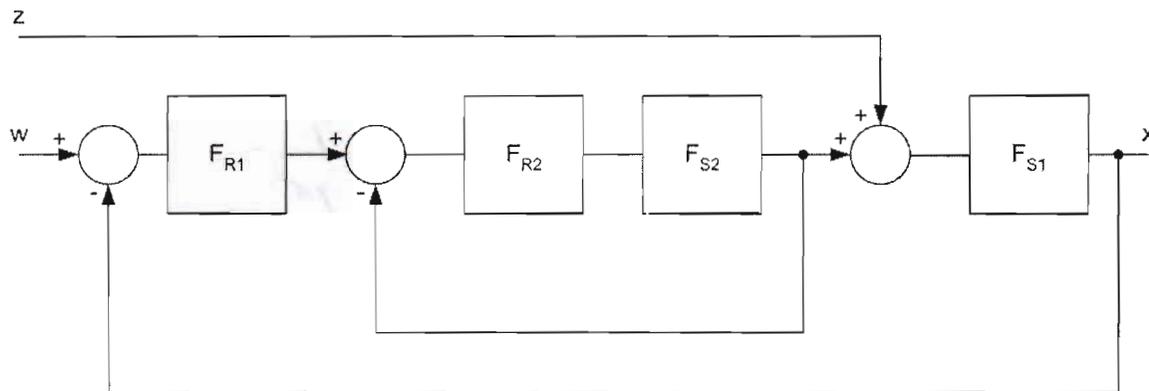
$$\Rightarrow s_1 = -1,1148$$

✓ Stabil

$$s_2 = -0,0676 + j0,4607$$

$$s_3 = -0,0676 - j0,4607$$

Beispiel 12-10: Bitte berechnen Sie von dem folgenden Regelkreis die Führungsübertragungsfunktion F_w und die Störübertragungsfunktion F_z . Ist das System stabil? Wird eine bleibende Regelabweichung e_b bei einem Sprung der Führungsgröße auftreten und werden Störungen von diesem System vollständig ausgegelt?



Übertragungsfunktionen: $F_{S1} = \frac{1}{j\omega}$, $F_{R1} = 3$, $F_{S2} = \frac{1}{1+3j\omega}$, $F_{R2} = \frac{1}{j\omega}$

$$F_w = \frac{F_{R2} \cdot F_{R1}}{1 + F_{R2} \cdot F_{R1} \cdot F_{S1}} = \frac{\frac{1}{j\omega} \cdot 3}{1 + \frac{1}{j\omega} \cdot 3 \cdot \frac{1}{1+3j\omega}} = \frac{3}{1 + j\omega(1+3j\omega)}$$

$$F_z = \frac{F_{S2} \cdot F_{S1}}{1 + F_{R2} \cdot F_{R1} \cdot F_{S1}} = \frac{\frac{1}{1+3j\omega} \cdot \frac{1}{j\omega}}{1 + \frac{1}{j\omega} \cdot 3 \cdot \frac{1}{1+3j\omega}} = \frac{1}{1 + j\omega - 3\omega^2}$$

Name: <u>KUBINGOR</u>	Personenkennzahl:	Datum: <u>8.5.2009</u>
Berechnung siehe Vor- und Rückseite bzw. Zusatzblätter		Zusatzblätter: <u>1</u>
$F_w = \frac{3}{3 + j\omega - \omega^2 - 3j\omega^3}$	$F_z = \frac{1 + j\omega - 3\omega^2}{3 + j\omega - \omega^2 - 3j\omega^3}$	
Stabil J/N? <u>INSTABIL!</u>	$e_b =$ <u> </u>	Störungen vollständig ausgegelt? <u> </u>

Beitrag zu Beispiel 11-101

W. Klöpper, 1.5.20

$$\underline{T}_{WA} = \frac{\underline{T}_{R1} \cdot \underline{T}_{W2} \cdot \underline{T}_{R2}}{1 + \underline{T}_{R1} \cdot \underline{T}_{W2} \cdot \underline{T}_{R2}} = \frac{3 \cdot \frac{1}{1+j\omega-3\omega^2} \cdot \frac{1}{j\omega}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{1+j\omega-3\omega^2} \cdot \frac{1}{j\omega}} =$$
$$= \frac{3 + j\omega(1+j\omega-3\omega^2)}{3 + j\omega - \omega^2 - 3j\omega^3}$$

$$\underline{T}_{ZK} = \frac{\underline{T}_{R1}}{1 + \underline{T}_{R1} \cdot \underline{T}_{W2} \cdot \underline{T}_{R2}} = \frac{\frac{1}{j\omega} \cdot \frac{1+j\omega-3\omega^2}{1+j\omega-3\omega^2}}{1 + 3 \cdot \frac{1}{1+j\omega-3\omega^2} \cdot \frac{1}{j\omega}} =$$
$$= \frac{1+j\omega-3\omega^2}{3 + j\omega(1+j\omega-3\omega^2)} = \frac{1+j\omega-3\omega^2}{3 + j\omega - \omega^2 - 3j\omega^3}$$

Stabilität: $j\omega \rightarrow s$

$$3 + s + s^2 + 3s^3 = 0$$

Nullstellen mit Routh-Verfahren (z.B. roots(3 1 1 3) in Matlab)

$$s_1 = -1$$

$$s_2 = +0,3333 + j0,9428$$

$$s_3 = +0,3333 - j0,9428$$

\Rightarrow INSTABIL!

Beiblatt: Einstellregeln

Reglertyp	Aperiodischer Regelvorgang mit kürzester Dauer		20% Überschwingen mit kleinster Schwingungsdauer	
	Führung	Störung	Führung	Störung
P-Regler	K_P	$0,3 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	$0,7 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	
PI-Regler	K_P	$0,33 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	$0,6 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	$0,7 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$
	T_n	$1,2 \cdot T_g$	$4 \cdot T_u$	$2,3 \cdot T_u$
PID-Regler	K_P	$0,6 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	$0,95 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$	$1,2 \cdot \frac{T_g}{T_u \cdot K_S}$
	T_n	$1 \cdot T_g$	$2,4 \cdot T_u$	$2 \cdot T_u$
	T_d	$0,5 \cdot T_u$	$0,42 \cdot T_u$	$0,47 \cdot T_u$

Tabelle 1: Einstellregeln nach CHR für die Regelung einer P-T_n-Strecke

P-Regler: $K_R = 0,5 \cdot K_{RKr}$

PD-Regler: $K_R = 0,8 \cdot K_{RKr}$

$T_v = 0,12 \cdot T_{Kr}$

PI-Regler: $K_R = 0,45 \cdot K_{RKr}$

$T_n = 0,83 \cdot T_{Kr}$

PID-Regler: $K_R = 0,6 \cdot K_{RKr}$

$T_n = 0,5 \cdot T_{Kr}$

$T_v = 0,125 \cdot T_{Kr}$

Tabelle 2: Einstellregeln nach Ziegler und Nichols

Reglertyp	mit Schwingungen		ohne Schwingungen	
	Führung	Störung	Führung	Störung
P	K_R	$1,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$0,48 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
PI	K_R	$1,8 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,3 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$0,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
	T_n	$4,5 \cdot T_S$	$2,6 \cdot T_S$	$16 \cdot T_S$
PID	K_R	$8 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$11,5 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$	$1,67 \cdot \frac{1}{K_{IS} \cdot T_S}$
	T_n	$4,2 \cdot T_S$	$0,72 \cdot T_S$	$4,2 \cdot T_S$
	T_d	$0,85 \cdot T_S$	$0,18 \cdot T_S$	$0,85 \cdot T_S$

* Ein P-Regler regelt Störungen nicht aus, er erzeugt eine bleibende Regeldifferenz!

Tabelle 3: Einstellregeln nach CHR für die Regelung einer I-T₁-Strecke